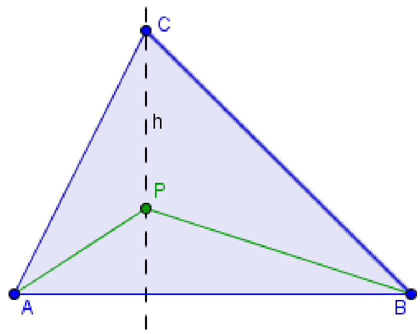
Extra opgaven analytische meetkunde

A) Inleiding

1. Gegeven is de driehoek ΔABC met $A(-1,0)$, $B(0,3)$ en $C(3,-2)$. *(Toets 2007-2008)* (★)
   - Teken deze driehoek in een gepast orthonormaal assenstelsel.
   - Bepaal het midden M van het lijnstuk $[BC]$.
   - Bepaal de vergelijking van de zwaartelijn uit A, en teken deze op je figuur.
   - Bepaal de lengte van het lijnstuk $[BC]$.
   - Bepaal de grootte van de hoek C in deze driehoek tot op de seconde nauwkeurig.
2. De rechten $a \leftrightarrow 5x+6y+18=0$ en $b \leftrightarrow x+6y-6=0$ vormen samen met de y-as een driehoek. Bepaal de oppervlakte van deze driehoek. (★*)

B) Loodrechte stand

3. Zij gegeven een punt $P(1,1)$ en een rechte $a \leftrightarrow 3x+4y-2=0$. Bereken de coördinaat van het voetpunt van de loodlijn l uit P op de rechte a. *(Toets 2004-2005)* (★)
4. Gegeven zijn twee punten $A(-5,1)$ en $B(-3,-2)$. Samen met de punten C en D vormen deze een rechthoek $\square ABCD$. Als je weet dat het punt C op de rechte $r \leftrightarrow 4x-3y-12=0$ ligt, bepaal dan de coördinaat van het punt D. (★★)
5. Voor de gelijkbenige driehoek ΔABC (met $|AB|=|BC|$) geldt $A(3,2)$ en $C(7,14)$. De richtingscoëfficiënt van AB is $\frac{1}{2}$. Bepaal de coördinaat van de top B. (★★)
6. Zij gegeven het punt $P(0,1)$ op de y-as en het punt $Q(a,0)$ op de x-as, waarbij $a \in \mathbb{R}_0$. Verder is R een punt op de x-as zodat geldt dat $RP \perp PQ$. *(Examen 2004-2005)* (★★*)
   - Maak een duidelijke figuur.
   - Bewijs dat $\left(-\frac{1}{a},0\right)$ de coördinaat is van R.
   - Bereken het getal $a \in \mathbb{R}_0$ zodat $|QR|=2,5$.

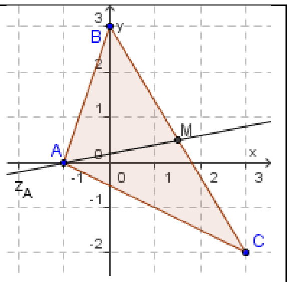
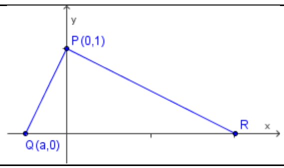
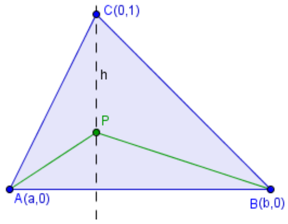
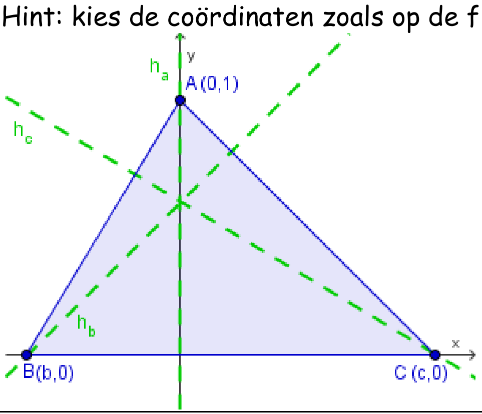


7. In een driehoek ΔABC is P een willekeurig punt op de hoogtelijn h uit C. Bewijs dat $|AC|^2-|BC|^2=|AP|^2-|BP|^2$. (★★)
8. Bewijs analytisch dat de drie hoogtelijnen van een driehoek concurrent zijn. (★★★)

C) Afstand van een punt tot een rechte

9. Bereken hoe ver de oorsprong verwijderd ligt van de middelloodlijn van het lijnstuk met eindpunten $A(2,1)$ en $B(4,-3)$. *(Toets 2004-2005)* (★*)
10. Bepaal $m \in \mathbb{R}$ opdat het punt $A(m,3)$ even ver verwijderd is van $B(4,1)$ als van de rechte a met vergelijking $2x-y-2=0$. *(Toets 2007-2008)* (★★)
11. Bepaal de vergelijking van de rechten die door de oorsprong gaan en op afstand 5 liggen van het punt $P(1,7)$. (★★)
12. Bereken de coördinaten van de punten op de rechte $r \leftrightarrow x+y=6$ die gelijke afstanden hebben tot de rechten $a \leftrightarrow y=2x-1$ en $x+2y=3$. (★★*)

<u>Oplossingen:</u>

1)	• $M\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ • $z_A \leftrightarrow y=\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}$ • $\lvert BC\rvert=\sqrt{34}$ • $C\approx 32°28'16''$ 
2)	$S_\Delta = 12$
3)	$V\left(\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$
4)	$D(4,7)$
5)	$B(11,6)$
6)	$a\in\left\{\frac{1}{2},2,-\frac{1}{2},-2\right\}$ 
7)	Hint: kies de coördinaten zoals op de figuur en neem voor $P(0,p)$. 
8)	Hint: kies de coördinaten zoals op de figuur. 
9)	$d=\sqrt{5}$
10)	$m=5 \vee m=15$
11)	$r_1 \leftrightarrow y=-\frac{3}{4}x$ en $r_2 \leftrightarrow y=\frac{4}{3}x$.
12)	$R_1(4,2)$ en $R_2(-1,7)$.