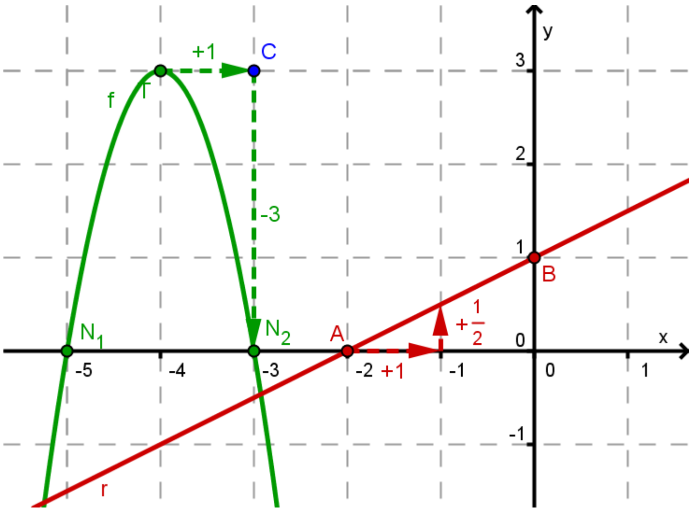
<u>Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen</u> – *Reeks A*

1. Je ziet hiernaast de grafiek getekend van een tweedegraadsfunctie f en een rechte r. De aangeduide punten hebben gehele coördinaten.



   a) Wat is de vergelijking van de rechte r?

   De rico is $\overset{=a}{1/2}$ en ze snijdt de y-as in punt $(0,\overset{=b}{1})$.

   Dus $r \leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+1$.

   b) Bepaal het voorschrift van de functie f.

   De top heeft coördinaat $T(\overset{=\alpha}{-4},\overset{=\beta}{3})$ en de openingscoëfficiënt is $a=-3$ (zie figuur).

   Dus $f(x)=-3(x+4)^2+3$.

   c) Werk dit voorschrift uit tot de standaardvorm ($f(x)=ax^2+bx+c$).

   $f(x)=-3(x+4)^2+3=-3(x^2+8x+16)+3=-3x^2-24x-45$.

   Dus in standaardvorm geldt $f(x)=-3x^2-24x-45$

   d) In welk punt snijdt de grafiek van functie f de y-as?

   Als $x=0$ dan is $y=f(0)=\cancel{-3.0^2}-\cancel{24.0}-45=-45$. Het snijpunt is dus $S_y(0,-45)$.

2. Bepaal het beeld van de functie $f(x)=(3x+1)^2-(2x-4)^2$.

   Schrijf eerst het voorschrift in standaardvorm: $f(x)=(9x^2+6x+1)-(4x^2-16x+16)=5x^2+22x-15$.

   $$\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{22}{10}=-\frac{11}{5} \text{ en } \beta=f(\alpha)=5.\left(-\frac{11}{5}\right)^2+22.\left(-\frac{11}{5}\right)-15=\frac{121}{5}-\frac{242}{5}-\frac{75}{5}=-\frac{196}{5}.$$

   Het is een dalparabool (want $a=5>0$), dus $bld\ f=\left[-\frac{196}{5},+\infty\right[$.

3. Bespreek in een duidelijke tabel het stijgen en dalen van de functie $p(x)=2-x+x^2=x^2-x+2$.

   $$\alpha=-\frac{b}{2a}=-\frac{-1}{2.1}=\frac{1}{2} \text{ en } \beta=p(\alpha)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+2=\frac{7}{4}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$p(x)$	↘	MIN $\frac{7}{4}$	↗

4. Teken op het assenstelsel hieronder de grafieken van de functies:

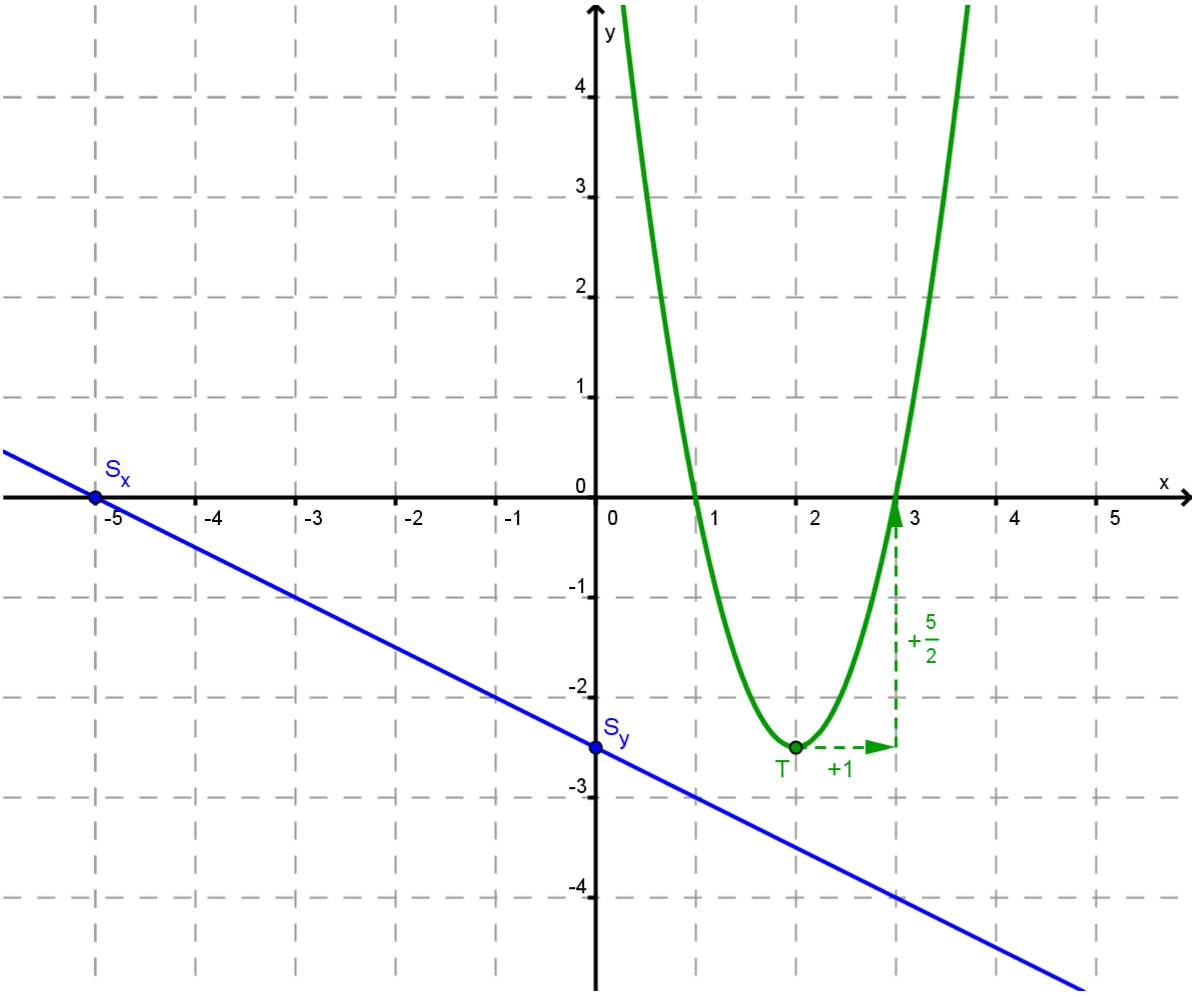
- $p \leftrightarrow y = \frac{5}{2}x^2 - 10x + \frac{15}{2}$

  $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-10}{5} = 2$ en $\beta = f(\alpha) = \frac{5}{2} \cdot 2^2 - 10.2 + \frac{15}{2} = -\frac{5}{2}$. De openingscoëfficiënt is $a = \frac{5}{2}$.

- $r \leftrightarrow x + 2y + 5 = 0$

  Twee punten volstaan om een rechte te tekenen.

  Stel je $y = 0$ dan vind je $x = -5$, dus $(-5,0) \in r$. Stel je $x = 0$ dan vind je $y = -\frac{5}{2}$, dus $\left(0, \frac{-5}{2}\right) \in r$.



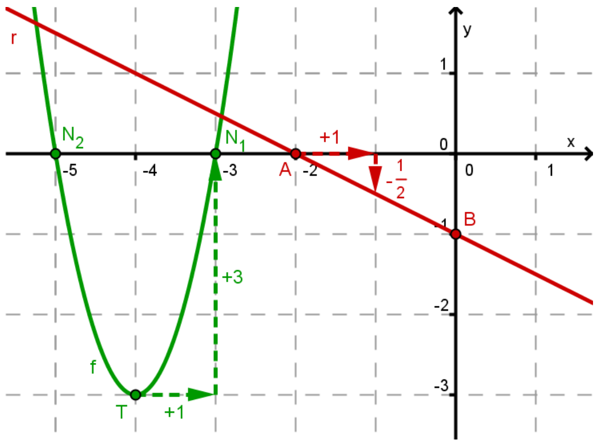
5. Beschouw de functie $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Als de parameters a en β hetzelfde teken hebben dan heeft deze functie geen nulpunten. Is deze uitspraak waar of niet waar. *Verklaar je antwoord!*

Waar! Als a en β hetzelfde teken hebben kan de parabool de x-as nooit snijden:

- $a > 0$ en $\beta > 0 \rightarrow$ f is een dalparabool die volledig boven de x-as ligt (want de top ligt er boven).
- $a < 0$ en $\beta < 0 \rightarrow$ f is een bergparabool die volledig onder de x-as ligt (want de top ligt er onder).

Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen – *reeks B*

1. Je ziet hiernaast de grafiek getekend van een tweedegraadsfunctie f en een rechte r. De aangeduide punten hebben gehele coördinaten.



a) Wat is de vergelijking van de rechte r?

De rico is $\overset{=a}{-1/2}$ en ze snijdt de y-as in punt $\overset{=b}{(0,-1)}$.

Dus $r \leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1$.

b) Bepaal het voorschrift van de functie f.

De top heeft coördinaat $T(\overset{=\alpha}{-4},\overset{=\beta}{-3})$ en de openingscoëfficiënt is $a = 3$ (zie figuur).

Dus $f(x) = 3(x+4)^2 - 3$.

c) Werk dit voorschrift uit tot de standaardvorm ($f(x) = ax^2 + bx + c$).

$f(x) = 3(x+4)^2 - 3 = 3(x^2 + 8x + 16) - 3 = 3x^2 + 24x + 45$.

Dus in standaardvorm geldt $f(x) = 3x^2 + 24x + 45$

d) In welk punt snijdt de grafiek van functie f de y-as?

Als $x = 0$ dan is $y = f(0) = \cancel{3.0^2} + \cancel{24.0} + 45 = 45$. Het snijpunt is dus $S_y(0,45)$.

2. Bepaal het beeld van de functie $f(x) = (2x-1)^2 - (3x-4)^2$.

Schrijf eerst het voorschrift in standaardvorm: $f(x) = (4x^2 - 4x + 1) - (9x^2 - 24x + 16) = -5x^2 + 20x - 15$.

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{-10} = 2$ en $\beta = f(\alpha) = -5.2^2 + 20.2 - 15 = 5$.

Het is een bergparabool (want $a = -5 < 0$), dus $bld\ f =]-\infty, 5]$.

3. Bespreek in een duidelijke tabel het stijgen en dalen van de functie $p(x) = 2 + x - x^2 = -x^2 + x + 2$.

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$ en $\beta = p(\alpha) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$p(x)$	↗	MAX $\frac{9}{4}$	↘

4. Teken op het assenstelsel hieronder de grafieken van de functies:

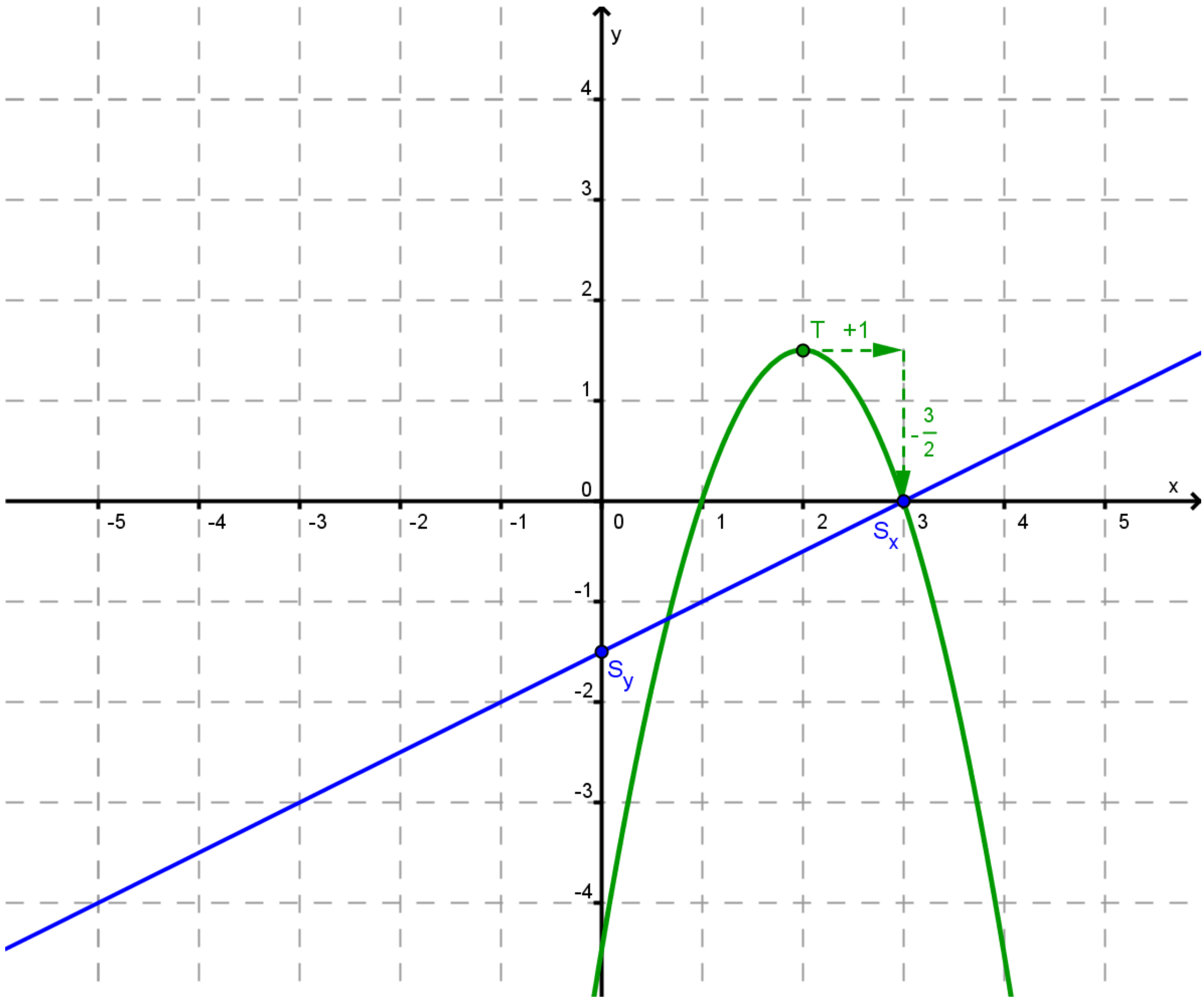
- $p \leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{9}{2}$

  $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{-3} = 2$ en $\beta = f(\alpha) = -\frac{3}{2}\cdot 2^2 + 6.2 - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}$. De openingscoëfficiënt is $a = -\frac{3}{2}$.

- $r \leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$

  Twee punten volstaan om een rechte te tekenen.

  Stel je $y = 0$ dan vind je $x = 3$, dus $(3,0) \in r$. Stel je $x = 0$ dan vind je $y = -\frac{3}{2}$, dus $\left(0, \frac{-3}{2}\right) \in r$.



5. Beschouw de functie $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Als de parameters a en β een verschillend teken hebben dan heeft deze functie twee nulpunten. Is deze uitspraak waar of niet waar. *Verklaar je antwoord!*

Waar! Als a en β een verschillend teken hebben moet de parabool de x-as altijd snijden:

- $a > 0$ en $\beta < 0 \rightarrow$ f is een dalparabool waarvan de top onder de x-as ligt, dus zijn er zeker 2 nulpunten.
- $a < 0$ en $\beta > 0 \rightarrow$ f is een bergparabool waarvan de top boven de x-as ligt, dus zijn er zeker 2 nulpunten.

Korte bespreking – Feedback

Enkele cijfergegevens:

Aantal toetsen:	77
Gemiddelde:	8,2 / 15
Mediaan:	9 / 15
Maximum score:	15 / 15
Minimum score:	0,5 / 15
Aantal tekorten:	26
Aantal maal >80%:	10

Feedback:

- Een score van 8,2 / 15 is niet slecht voor een eerste toets. Jullie moeten immers nog gewoon worden aan het systeem. De toets was in principe wel zeer eenvoudig. Er werd niks nieuws gevraagd – op de laatste vraag na waren alle vragen letterlijk gezien (en kwamen ook aan bod bij de extra oefeningen). Als je lager scoort dan dit gemiddelde, stel jezelf dan de vraag waaraan het ligt. Enkele voor de hand liggende verklaringen zijn:
    - Te weinig gestudeerd, of te lang gewacht om te beginnen
    - Geen extra oefeningen gemaakt ter voorbereiding
    - Je begreep in de klas ook al enkele dingen niet maar durfde niks te vragen

  Als er van deze verklaringen voor jou van toepassing zijn, dan is het heel eenvoudig om er iets aan te doen. Is dat niet het geval dan spreek je me best eens aan op school. Misschien moet er gewerkt worden aan je manier van studeren…
- De eerste vraag had ik in de les aangekondigd, en in de extra oefeningen kwam ze ook aan bod. Enkel het snijpunt met de y-as bepalen was nieuw.

  De meeste fouten hier zaten in de manier van noteren. Als er een voorschrift gevraagd wordt, moet je ook met een voorschrift antwoorden (bvb.: $f(x) = \ldots$ of $y = \ldots$). Als er een punt gevraagd wordt moet je de volledige coördinaat geven, niet alleen de y-waarde.

  Over het algemeen werd deze vraag redelijk goed beantwoord.
- Bij de tweede vraag werden er ongelooflijk veel rekenfouten gemaakt bij het vereenvoudigen van het functievoorschrift. Nochtans zou zoiets echt wel parate kennis moeten zijn. Vergeet niet dat als er een minteken voor de haakjes staat dat dan alles binnen de haakjes van teken wisselt, en houd rekening met de volgorde der bewerkingen (eerst kwadrateren, dan van elkaar aftrekken). Eens het juiste functievoorschrift werd gevonden konden jullie vaak op juiste manier het beeld bepalen. Het beeld van een bergparabool ziet er wel anders uit dan dat van dalparabolen.
- De derde vraag was de best beantwoorde vraag. De enige moeilijkheid zat hem in het feit dat de volgorde van de termen was omgewisseld. Laat je hier niet aan vangen!
- De grafieken van rechten en parabolen tekenen (vraag 4) viel al bij al nog mee. Van dit type hebben we dan ook heel wat vragen samen opgelost in de oefeningenlessen.
- De laatste vraag was de enige denkvraag van deze toets. Ze werd slechts door enkele leerlingen correct beantwoord. Denk er vooral aan dat een voorbeeld geen bewijs is.
- Als je veel rekenfouten maakt dan kan je dit proberen tegen gaan met behulp van het document '<u>Elementaire rekenvaardigheid</u>' op de website. Aarzel niet om dit af te geven!

Op naar de toetsen (aangekondigd en onaangekondigd) over tweedegraadsvergelijkingen. Het is het belangrijkste hoofdstukje dat we dit jaar gaan zien. Bereid je optimaal voor en de toets mag geen enkel probleem vormen!!