

Vergelijkingen van cirkels opstellen (boek blz. 117)

Oef. 28

De cirkel gaat door $A(1,0)$ en $B(3,0)$, dus het middelpunt ligt op de rechte met vgl $x=2$. We hebben: $M(2,k)$, $k \in \mathbb{R}$.

Vermits de cirkel ook raakt aan de x -as moet straal $r=2$.

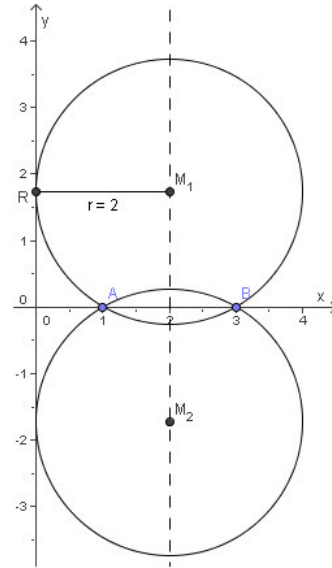
We weten dus al $c \leftrightarrow (x-2)^2 + (y-k)^2 = 2^2$

Verder geldt natuurlijk dat $A \in c$ dus moet er gelden dat:

$$(1-2)^2 + (0-k)^2 = 4 \Leftrightarrow k^2 = 3 \Leftrightarrow k = \sqrt{3} \text{ of } k = -\sqrt{3}$$

Antw.: De cirkels hebben vergelijkingen

$$c_1 \leftrightarrow (x-2)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 4 \text{ en } c_2 \leftrightarrow (x-2)^2 + (y+\sqrt{3})^2 = 4$$



Oef. 29

De cirkel raakt aan de x -as en aan de y -as, dus moeten de afstanden van het middelpunt tot beide assen gelijk zijn aan de straal r . We hebben dus $M(r,r)$, $r \in \mathbb{R}$.

We weten dus al $c \leftrightarrow (x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$

Verder geldt natuurlijk dat $A \in c$ dus moet er gelden dat:

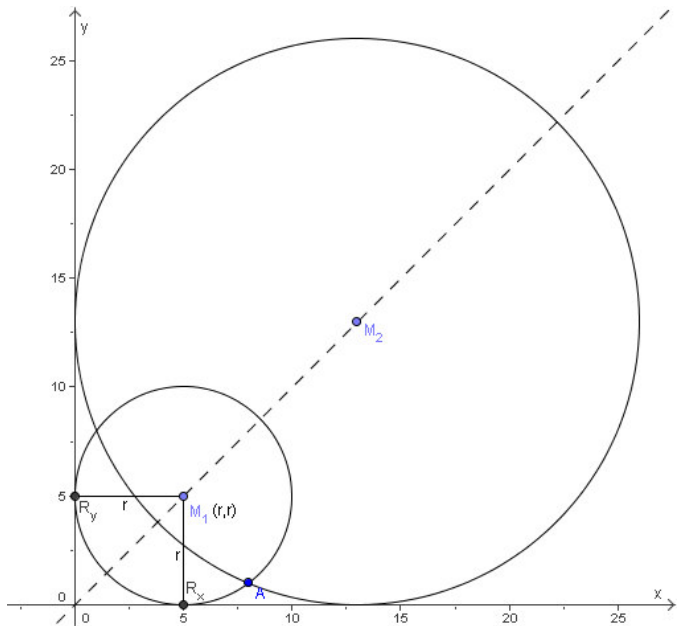
$$(8-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 \Leftrightarrow r^2 - 18r + 65 = 0$$

We vinden dus: $r=5$ of $r=13$

Antw.: De cirkels hebben vergelijkingen

$$c_1 \leftrightarrow (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$c_2 \leftrightarrow (x-13)^2 + (y-13)^2 = 169$$



Oef. 30

De cirkel raakt aan de x -as in $A(2,0)$ dus het middelpunt M ligt op de rechte $a \leftrightarrow x=2$.

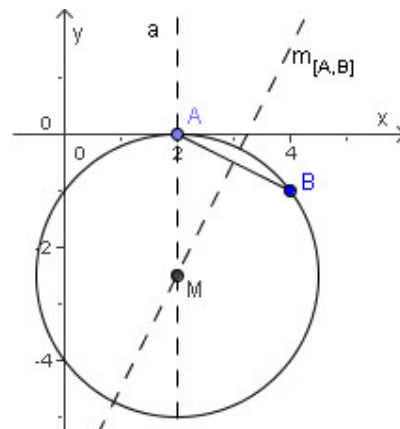
$[A,B]$ is een koorde van de cirkel dus ligt M op de

middelloodlijn van $[A,B]$: $m_{[A,B]} \leftrightarrow y = 2x - \frac{13}{2}$

M is dus het snijpunt: $M = m_{[A,B]} \cap a = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$,

waaruit onmiddellijk volgt dat de straal $r = \frac{5}{2}$

$$\text{Antw.: } c \leftrightarrow (x-2)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$



Oef. 31

We berekenen eerst de snijpunten:

$$A = a \cap c = (1, -1) \text{ en } B = b \cap c = (2, 6)$$

Vermits de cirkel a raakt in A en b raakt in B is het middelpunt M het snijpunt van de loodlijnen door A op a en door B op b .

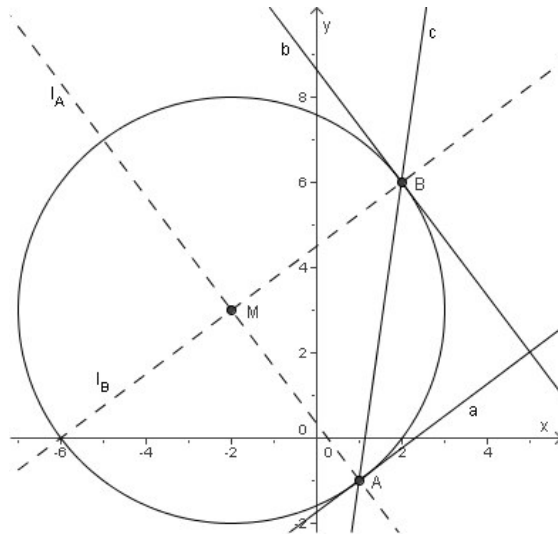
Voor deze loodlijnen l_A en l_B geldt:

$$l_A \leftrightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \text{ en } l_B \leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

$$\text{dus } M = l_A \cap l_B = (-2, 3).$$

$$\text{Uiteraard is } r = d(M, A) = 5$$

$$\text{Antw.: } c \leftrightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$$



Oef. 32

Vermits de cirkel de rechte a raakt in B ligt het middelpunt M op de loodlijn door B op a .

$$\text{Hiervoor geldt } l_B \leftrightarrow y = -x$$

Als we nu opmerken dat $O \in l_B$ dan is het eenvoudig in te zien dat $[OB]$ een middellijn is van de cirkel.

Het middelpunt van de cirkel is dus het midden van $[OB]$, dus $M(3, -3)$.

$$\text{Dan geldt nog dat } r = d(M, O) = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Antw.: } c \leftrightarrow (x-3)^2 + (y+3)^2 = 18$$

