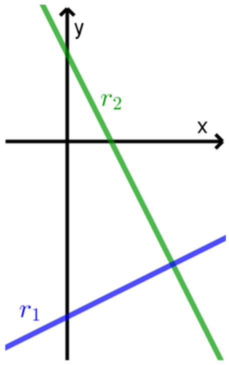
Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen



1. Op de grafiek hiernaast zie je twee rechten getekend. Enerzijds $r_1 \leftrightarrow y = m_1x + q_1$ en anderzijds $r_2 \leftrightarrow y = m_2x + q_2$.

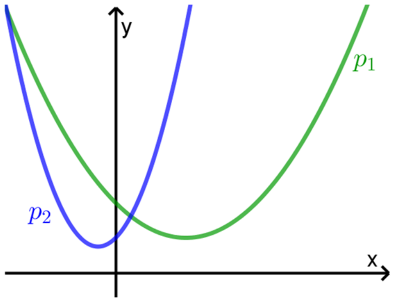
   Vul de stippellijnen in met $<$, $>$ of $=$:

   $m_1 > m_2$, want r_1 is stijgend (dus $m_1 > 0$) en r_2 is dalend (dus $m_2 < 0$).

   $|m_1| < |m_2|$, want r_2 is steiler dan r_1 .

   $q_1 < q_2$, want het snijpunt met de y -as van r_1 ligt onder de x -as (dus $q_1 < 0$) en dat van r_2 ligt boven de x -as (dus $q_2 > 0$).

   $|q_1| > |q_2|$, want het snijpunt met de y -as van r_1 ligt verder van de x -as dan dat van r_2 .



2. Op de grafiek hiernaast zie je twee parabolen getekend. Enerzijds $p_1 \leftrightarrow y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ en anderzijds $p_2 \leftrightarrow y = a_2x^2 + b_2x + c_2$.

   Vul de stippellijnen in met $<$, $>$ of $=$:

   $a_1 < a_2$, want p_1 is breder dan p_2 en het zijn allebei dalparabolen (waaruit ook volgt dat $a_1 > 0$ en $a_2 > 0$).

   $b_1 < b_2$, want $b_1 < 0$ omdat $\alpha_1 = -\dfrac{b_1}{2 \cdot a_1} > 0$ want de top van p_1 ligt rechts van de y -as. Analoog moet $b_2 > 0$.

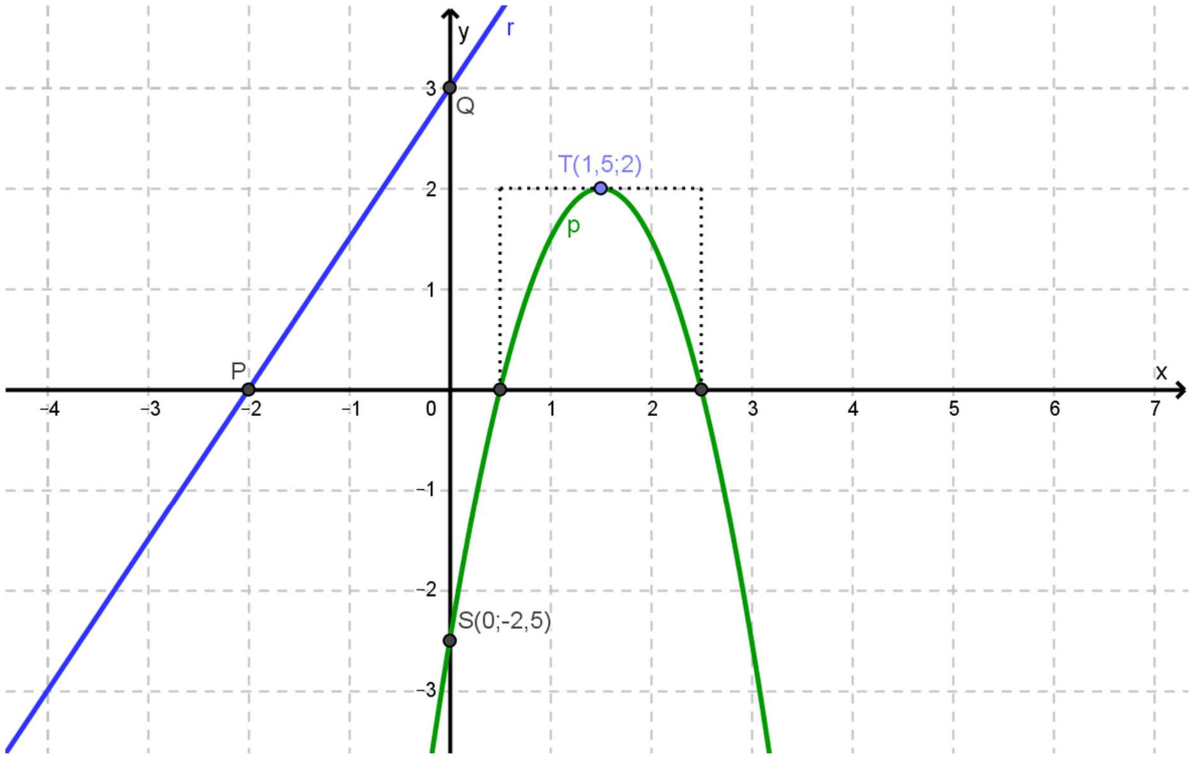
   $c_1 > c_2$, want het snijpunt van p_1 met de y -as ligt hoger dan dat van p_2 .

3. Vul in met altijd (**A**), soms (**S**) of nooit (**N**). Voor de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = a(x-\alpha)^2 + \beta$, met $a \neq 0$, geldt:

a) Als $\alpha \cdot \beta = -1$ dan ligt de top van de parabool in het vierde kwadrant. Hieruit volgt dat α en β een verschillend teken hebben, dat kan zowel in het tweede als in het vierde kwadrant.	S
b) Als α groter wordt dan schuift de symmetrieas van de parabool $\mathcal{P}$ naar rechts. Dat klopt altijd, want α is de x -coördinaat van de top van de parabool en dit bepaalt de ligging van de symmetrieas.	A
c) Als a en β hetzelfde teken hebben dan heeft $\mathcal{P}$ twee nulpunten. Dat kan niet want dan zou het een dalparabool zijn waarvan de top boven de x -as ligt of een bergparabool waarvan de top onder de x -as ligt. Er zijn dus nooit nulpunten.	N
d) Als $\beta > 0$ dan snijdt de $\mathcal{P}$ de y -as in een punt boven de x -as. Het snijpunt met de y -as wordt bepaald door $c = a \cdot \alpha^2 + \beta$. Dit kan zowel positief als negatief (als nul) zijn want dat hangt niet enkel af van het teken van β .	S
e) Voor het domein van deze functie geldt $dom\, \mathcal{P} = \mathbb{R}$. Het domein van alle tweedegraadsfuncties is $\mathbb{R}$, dus ook van deze.	A

4. Teken de grafieken van de rechte $r \leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0$ en de parabool $p \leftrightarrow y = -2x^2 + 6x - \frac{5}{2}$ zo nauwkeurig mogelijk in onderstaand venster.

Eventuele berekeningen: De rechte $r \leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0$ snijdt de assen in $P(-2,0)$ en $Q(0,3)$. Voor de parabool geldt: $\alpha = -\frac{6}{2 \cdot (-2)} = \frac{3}{2}$, zodat $\beta = -2\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{5}{2} = 2$. De parabool snijdt bovendien de y-as in het punt $S\left(0, -\frac{5}{2}\right)$.



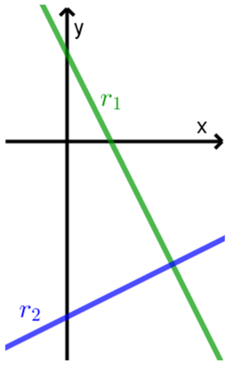
5. Bepaal de symmetrieas en het beeld van de functie $f(x) = -\pi(x + 0{,}123)^2 + 4{,}567$

Symmetrieas: $s \leftrightarrow x = -0{,}123$ (want $\alpha = -0{,}123$)

Beeld: $bld\ f = \left]-\infty; 4{,}567\right]$ (want $\beta = 4{,}567$ en het is een bergparabool)

Voorbeeldoplossing toets rechten en parabolen

1. Op de grafiek hiernaast zie je twee rechten getekend. Enerzijds $r_1 \leftrightarrow y = m_1x + q_1$ en anderzijds $r_2 \leftrightarrow y = m_2x + q_2$.



   Vul de stippellijnen in met $<$, $>$ of $=$:

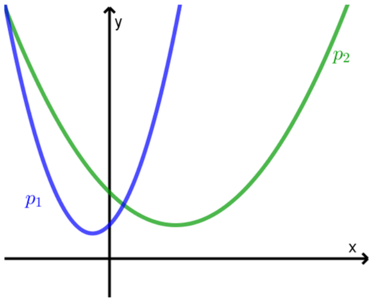
   $m_1 < m_2$, want r_1 is dalend (dus $m_1 < 0$) en r_2 is stijgend (dus $m_2 > 0$).

   $|m_1| > |m_2|$, want r_2 is minder steil als r_1 .

   $q_1 > q_2$, want het snijpunt met de y -as van r_1 ligt boven de x -as (dus $q_1 > 0$) en dat van r_2 ligt onder de x -as (dus $q_2 < 0$).

   $|q_1| < |q_2|$, want het snijpunt met de y -as van r_1 ligt dichter bij de x -as dan dat van r_2 .

2. Op de grafiek hiernaast zie je twee parabolen getekend. Enerzijds $p_1 \leftrightarrow y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ en anderzijds $p_2 \leftrightarrow y = a_2x^2 + b_2x + c_2$.



   Vul de stippellijnen in met $<$, $>$ of $=$:

   $a_1 > a_2$, want p_1 is smaller dan p_2 en het zijn allebei dalparabolen (waaruit ook volgt dat $a_1 > 0$ en $a_2 > 0$).

   $b_1 > b_2$, want $b_1 > 0$ omdat $\alpha_1 = -\dfrac{b_1}{2 \cdot a_1} < 0$ want de top van p_1 ligt links van de y -as. Analoog moet $b_2 < 0$.

   $c_1 < c_2$, want het snijpunt van p_1 met de y -as ligt lager dan dat van p_2 .

3. Vul in met altijd (**A**), soms (**S**) of nooit (**N**). Voor de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = a(x-\alpha)^2 + \beta$, met $a \neq 0$, geldt:

   a) Als $\beta < 0$ dan snijdt de $\mathcal{P}$ de y -as in een punt onder de x -as.
   Het snijpunt met de y -as wordt bepaald door $c = a \cdot \alpha^2 + \beta$. Dit kan zowel positief als negatief (als nul) zijn want dat hangt niet enkel af van het teken van β .
   S

   b) Voor het domein van deze functie geldt $dom\,\mathcal{P} = \mathbb{R}$.
   Het domein van alle tweedegraadsfuncties is $\mathbb{R}$, dus ook van deze.
   A

   c) Als a en β hetzelfde teken hebben dan heeft $\mathcal{P}$ twee nulpunten.
   Dat kan niet want dan zou het een dalparabool zijn waarvan de top boven de x -as ligt of een bergparabool waarvan de top onder de x -as ligt. Er zijn dus nooit nulpunten.
   N

   d) Als $\alpha \cdot \beta = 1$ dan ligt de top van de parabool in het derde kwadrant.
   Hieruit volgt dat α en β hetzelfde teken hebben, dat kan zowel in het eerste als in het derde kwadrant.
   S

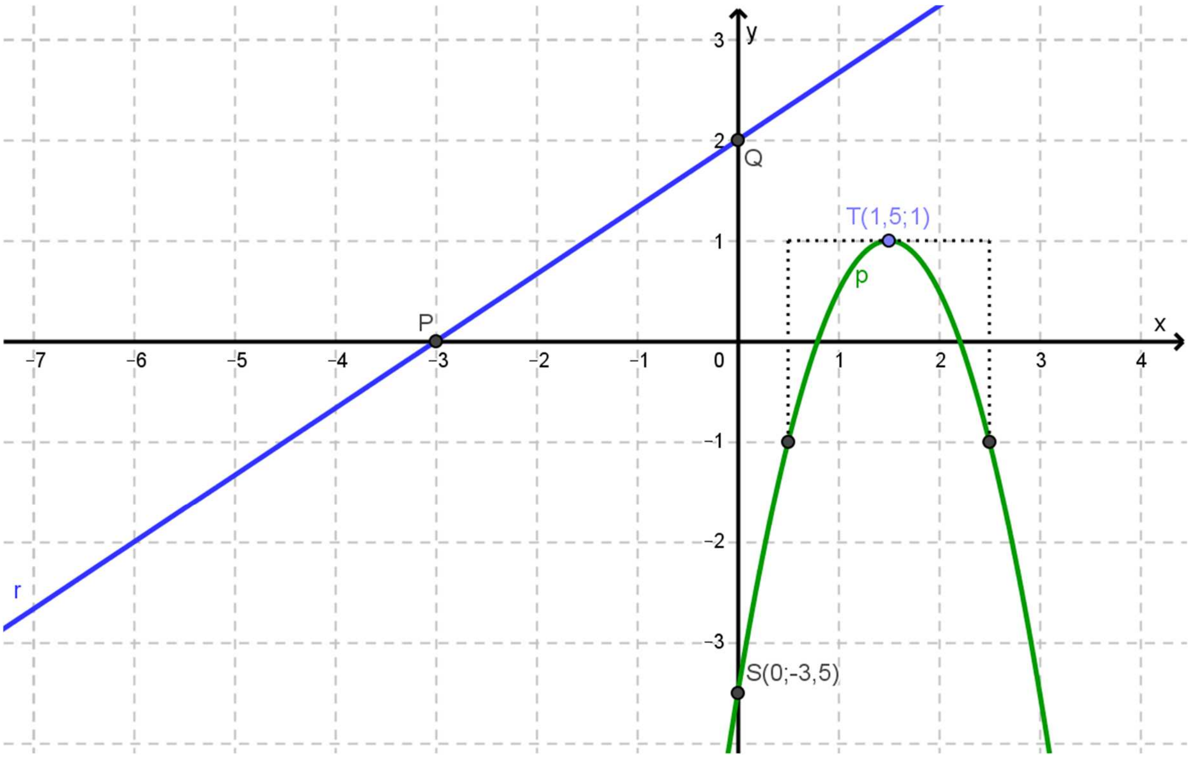
   e) Als α kleiner wordt dan schuift de symmetrieas van de parabool $\mathcal{P}$ naar links.
   Dat klopt altijd, want α is de x -coördinaat van de top van de parabool en dit bepaalt de ligging van de symmetrieas.
   A

4. Teken de grafieken van de rechte $r \leftrightarrow 2x-3y+6=0$ en de parabool $p \leftrightarrow y=-2x^2+6x-\dfrac{7}{2}$ zo nauwkeurig mogelijk in onderstaand venster.

Eventuele berekeningen: De rechte $r \leftrightarrow 2x-3y+6=0$ snijdt de assen in $P(-3,0)$ en $Q(0,2)$.

Voor de parabool geldt: $\alpha=-\dfrac{6}{2\cdot(-2)}=\dfrac{3}{2}$, zodat $\beta=-2\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+6\left(\dfrac{3}{2}\right)-\dfrac{7}{2}=1$.

De parabool snijdt bovendien de y-as in het punt $S\left(0,-\dfrac{7}{2}\right)$.



5. Bepaal de symmetrieas en het beeld van de functie $f(x)=-\pi(x+1,234)^2+5,678$

Symmetrieas: $s \leftrightarrow x=-1,234$ (want $\alpha=-1,234$)

Beeld: $bld\ f=\left]-\infty;5,678\right]$ (want $\beta=5,678$ en het is een bergparabool)