1. Gegeven: $gr\left(A(x)\right)=12$, $gr\left(B(x)\right)=3$, $gr\left(C(x)\right)=2$

   Bepaal $gr\left(P(x)\right)$ in de volgende gevallen: (★)

   - $A(x)=P(x).B(x).C(x) \rightarrow gr\left(P(x)\right)=7$
   - $P(x)+C(x)=A(x)+B(x) \rightarrow gr\left(P(x)\right)=12$

2. Bepaal parameters a en b zodat $x^4+2x^3+ax^2+bx-15$ deelbaar is door x^2+2x+5.

   Deelbaar impliceert dat de rest gelijk is aan 0, dus moet gelden: $\underbrace{A(x)}_{gr\,4}=\underbrace{D(x)}_{gr\,2}.\underbrace{Q(x)}_{gr\,2}\cancel{+R(x)}$

$$\begin{aligned} x^4+2x^3+ax^2+bx-15 &= \left(x^2+2x+5\right)\left(cx^2+dx+e\right) \\ &= cx^4+(2c+d)x^3+(5c+2d+e)x^2+(5d+2e)x+5e \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1=c \\ 2=2c+d \\ a=5c+2d+e \\ b=5d+2e \\ -15=5e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} a=2 \\ b=-6 \end{array}} \\ c=1 \\ d=0 \\ e=-3 \end{cases}$$

3. Bepaal het quotiënt en de rest bij deling van x^3-6x-5 door $(x+1)(x-3)$. Gebruik bij voorkeur het algoritme van Horner. (★★)

	1	0	-6	-5
-1		-1	1	5
	1	-1	-5	0
3		3	6	
	1	2	1	

$Q(x)=x+2$

$R(x)=1.(x+1)+0=x+1$

4. Bepaal $m\in\mathbb{R}$ zodat bij deling van $x^3+mx^2-m^2x-5$ door $x+1$ de rest gelijk is aan 6.

   We bepalen de rest (bijvoorbeeld met het algoritme van Horner)

	1	m	$-m^2$	-5
-1		-1	$-m+1$	m^2+m-1
	1	$m-1$	$-m^2-m+1$	m^2+m-6

   De rest is 6, dus moet gelden $m^2+m-6=6 \Leftrightarrow m^2+m-12=0 \Leftrightarrow \boxed{m=-4 \vee m=3}$

5. De reststelling zegt dat bij deling door $x-1$ de rest gelijk is aan de functiewaarde van 1.

   Opdat de resten gelijk zijn moet dus gelden dat $A(1)=B(1)$, wat geeft:

   $(m+1)^8=1 \Leftrightarrow m+1=1 \vee m+1=-1 \Leftrightarrow m=0 \vee m=-2$.

6. $A(x)=D(x).Q(x)+R(x)\Leftrightarrow D(x)=\dfrac{A(x)-R(x)}{Q(x)}=\dfrac{2x^4-5x^3-15x^2-10x-2}{x^2-4x-2}\overset{\boxed{E.D.}}{=}2x^2+3x+1$

$2x^4$	$-5x^3$	$-15x^2$	$-10x$	-2		x^2	$-4x$	-2
$2x^4$	$-8x^3$	$-4x^2$				$2x^2$	$+3x$	$+1$
	$3x^3$	$-11x^2$	$-10x$	-2				
	$3x^3$	$-12x^2$	$-6x$					
		x^2	$-4x$	-2				
		x^2	$-4x$	-2				
				0				

$Q(x)=2x^2+3x+1$

$R(x)=0$

7. Bij deling van $2x^4-kx^2-16x-k$ door $x-2$ is de rest gelijk aan 20. Bepaal $k\in\mathbb{R}$. (★)

Wegens de reststelling is de rest bij deling door $x-2$ gelijk aan de functiewaarde van 2. Dus:

$2.2^4-k.2^2-16.2-k=20 \quad\Leftrightarrow\quad -5k=20 \quad\Leftrightarrow\quad k=-4$

8. $\dfrac{x^3y}{8}-27y^4=y\left(\dfrac{x^3}{8}-27y^3\right)\overset{\boxed{M.P.}}{=}y\left(\dfrac{x}{2}-3y\right)\left(\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{3}{2}xy+9y^2\right)$

9. Ontbind de veelterm $120x^4-326x^3+329x^2-146x+24$ in factoren, als je weet dat $\dfrac{1}{2}$ en $\dfrac{2}{3}$ nulpunten zijn. (★★)

	120	-326	329	-146	24
1/2		60	-133	98	-24
	120	-266	196	-48	0
2/3		80	-124	48	
	120	-186	72	0	

Dus $120x^4-326x^3+329x^2-146x+24=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{2}{3}\right)\left(120x^2-186x+72\right)$,

en $120x^2-186x+72=120\left(x-\dfrac{4}{5}\right)\left(x-\dfrac{3}{4}\right)$, want: $\Delta=36\Rightarrow x=\dfrac{186\pm 6}{240}\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{5}\vee x=\dfrac{3}{4}$

Samenvattend:

$120x^4-...+24=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{2}{3}\right)120\left(x-\dfrac{3}{4}\right)\left(x-\dfrac{4}{5}\right)=(2x-1)(3x-2)(4x-3)(5x-4)$

10. Ontbind de veelterm $x^4+x^3-5x^2+x-6$ in factoren. (★★)

	1	1	-5	1	-6
2		2	6	2	6
	1	3	1	3	0
-3		-3	0	-3	
	1	0	1	0	

$x^4+x^3-5x^2+x-6=(x-2)(x+3)(x^2+1)$