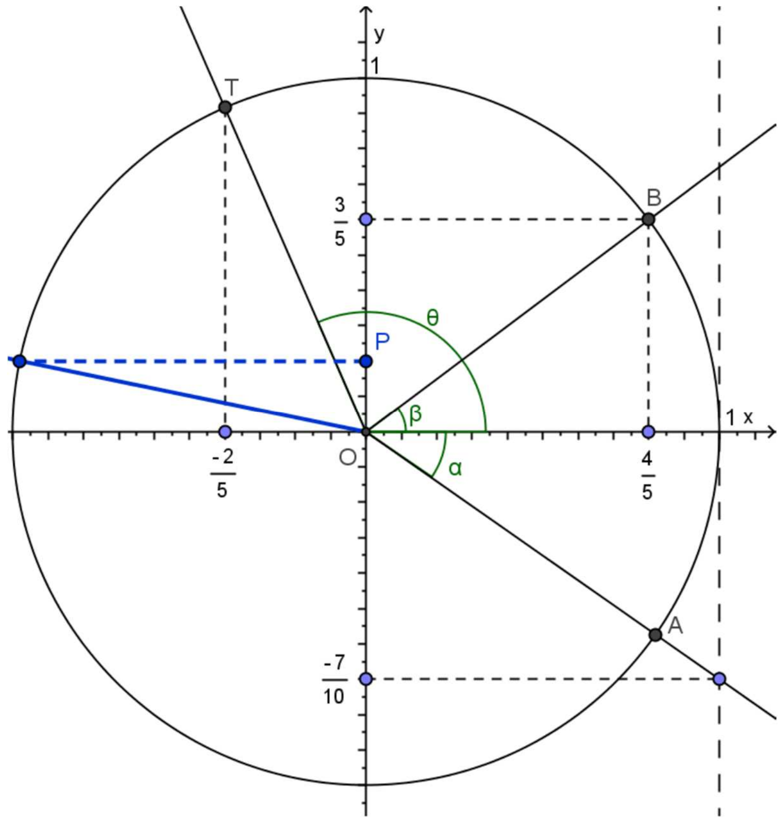
Oplossingen extra oefeningen goniometrie ①

1. Zet om van radialen naar graden en bereken de hoofdwaarde van de hoek $\frac{11\pi}{5} rad$. (*)

   $\frac{11\pi}{5} rad = \frac{11.180°}{5} = 396°$, de hoofdwaarde van deze hoek is $396° - 360° = 36°$

2. Bereken in de onderstaande goniometrische cirkel het volgende:



- De hoek α (★)

  $\tan\alpha = -0,7$

  $\Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}(-0,7) = -34°59'31''$

- De coördinaat van A (★)

  $A(\cos\alpha, \sin\alpha)$, dus

  $A(0,81923\,;\ -0,57346)$

- $\tan\beta$ (★)

  $\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$

- $\sin\theta$ (★*)

  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, dus

  $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$

  $= \sqrt{1-\left(-\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

- De *rico* van rechte OT (★)

  $m_{OT} = \tan\theta = \frac{\sqrt{21}/5}{-2/5}$

  $= -\frac{\sqrt{21}}{2} \cong -2,29129$

3. Teken op de figuur boven een stompe hoek φ waarvoor geldt dat $\csc\varphi = 5$. Doe dit zonder φ zelf te berekenen. (★)

   $\csc\varphi = 5 \Leftrightarrow \sin\varphi = \frac{1}{5}$, en omdat de hoek stomp moet zijn ligt hij in het tweede kwadrant!

4. Bewijs de gelijkheid $\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$. (★)

$$\begin{aligned}\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} &\Leftrightarrow (1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)=\sin^2\alpha\\ &\Leftrightarrow 1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha\\ &\Leftrightarrow 1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha \quad \square\end{aligned}$$

5. Een rechte r maakt met x-as een hoek van $60°$ en gaat door het punt $P\left(\sqrt{3},1\right)$. Stel de vergelijking op van deze rechte (*schrijf ze ook zo eenvoudig mogelijk*). (★)

We kunnen de formule $y=m.(x-x_1)+y_1$ gebruiken met rico $m=\tan 60°=\sqrt{3}$ en $(x_1,y_1)=\left(\sqrt{3},1\right)$.

Dus $r\leftrightarrow y=\sqrt{3}.\left(x-\sqrt{3}\right)+1$ of na vereenvoudiging $r\leftrightarrow y=\sqrt{3}x-2$.

6. Zijn volgende uitspraken waar of niet waar. Verklaar telkens kort je antwoord.

- Als $\sec\alpha>0$ en $\csc\alpha<0$, dan ligt de hoek α in het tweede kwadrant. (★)

  Niet waar, want $\sec\alpha>0\Leftrightarrow\cos\alpha>0$ en $\csc\alpha<0\Leftrightarrow\sin\alpha<0$, dus $\alpha\in IV$.

- Als sinus en tangens van een hoek gelijk zijn, dan is die hoek een veelvoud van $180°$. (★★)

  $$\sin\alpha=\tan\alpha \quad\Leftrightarrow\quad \sin\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad\Leftrightarrow\quad \sin\alpha-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sin\alpha.\left(1-\frac{1}{\cos\alpha}\right)=0.$$

  Dit kan duidelijk alleen maar als $\sin\alpha=0$ of $\cos\alpha=1$ en dat is enkel het geval als die hoek een veelvoud is van $180°$. De uitspraak is dus waar!