Oplossingenen extra opgaven: Goniometrie ② (los op zonder GRM)

1. Bewijs de gelijkheid: *(Examen 2008-2009)*

$$\cos(180°-\alpha).\cos\alpha.\cos(\alpha-180°)+\sin(450°-\alpha).\sin\alpha.\sin(180°-\alpha)=\cos\alpha$$

$\cos(180°-\alpha)\overset{SH}{=}-\cos\alpha$ $\qquad$ $\sin(450°-\alpha)\overset{GH}{=}\sin(90°-\alpha)\overset{CH}{=}\cos\alpha$

$\cos(\alpha-180°)\overset{TH}{=}\cos(180°-\alpha)\overset{SH}{=}-\cos\alpha$ $\qquad$ $\sin(180°-\alpha)\overset{SH}{=}\sin\alpha$

Dus: $LL=-\cos\alpha.\cos\alpha.(-\cos\alpha)+\cos\alpha.\sin\alpha.\sin\alpha=\cos\alpha.(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\cos\alpha=RL$

2. Herleid naar het eerste kwadrant en ***bereken***, duid aan waarop je steunt (SH, CH, ASH of TH):

- $\tan\frac{5\pi}{6}\overset{SH}{=}-\tan\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- $\sin(-120°)\overset{ASH}{=}-\sin 60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Los de goniometrische vergelijkingen op:

- $\sin(2x-20°)+\frac{1}{2}=0$

$\Leftrightarrow \sin(2x-20°)=-\frac{1}{2}=\sin(-30°)$

$\Leftrightarrow 2x-20°=-30°+k.360° \;\; of \;\; 2x-20°=210°+k.360°$

$\Leftrightarrow 2x=-10°+k.360° \;\; of \;\; 2x=230°+k.360°$

$\Leftrightarrow x=-5°+k.180° \;\; of \;\; x=115°+k.180°$

$V=\{-5°+k.180°;115°+k.180° \,\|\, k\in\mathbb{Z}\}$

- $1+2.\cos\left(\frac{x}{5}+10°\right)=0$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{5}+10°\right)=-\frac{1}{2}=\cos(120°)$

$\Leftrightarrow \frac{x}{5}+10°=120°+k.360° \;\vee\; \frac{x}{5}+10°=-120°+k.360°$

$\Leftrightarrow \frac{x}{5}=110°+k.360° \;\vee\; \frac{x}{5}=-130°+k.360°$

$\Leftrightarrow x=550°+k.1800° \;\vee\; x=-650°+k.1800°$

$V=\{550°+k.1800° \;;\; -650°+k.1800° \,\|\, k\in\mathbb{Z}\}$

- $3\tan(4x-10°)-\sqrt{3}=0$

$\Leftrightarrow \tan(4x-10°)=\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan(30°)$

$\Leftrightarrow 4x-10°=30°+k.180°$

$\Leftrightarrow 4x=40°+k.180°$

$\Leftrightarrow x=10°+k.45°$

$V=\{10°+k.45° \,\|\, k\in\mathbb{Z}\}$

4. Gegeven een rechthoekige driehoek ΔABL ($\hat{L}=90°$).

Bewijs dat, als $\sin\hat{B}=\frac{2}{5}$, dan $\sec\hat{A}=2,5$

Bewijs (voor de eenvoud stellen we $\hat{A}=\alpha$ en $\hat{B}=\beta$):

Aangezien $\alpha+\beta=90°$ geldt: $\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{1}{\cos(90°-\beta)}\overset{CH}{=}\frac{1}{\sin\beta}=\frac{1}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{2}=2,5$.