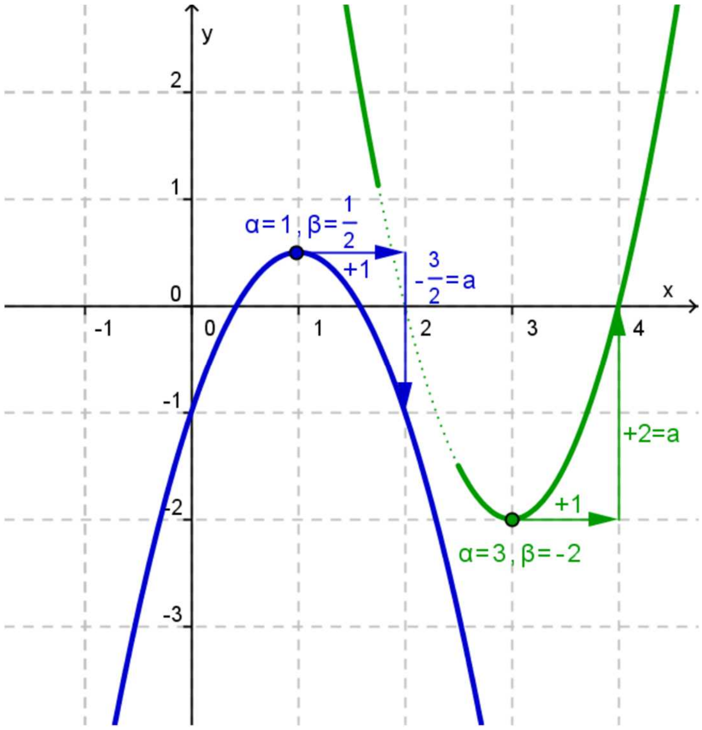
Extra opgaven tweedegraadsfuncties (inleiding en parabolen)

1. Bepaal het functievoorschrift van de parabolen f en g die je hiernaast ziet afgebeeld.



We lezen voor beide functies van de grafiek de parameters a, α en β af (zie figuur), en gebruiken dan de vorm $y = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

$$f(x) = 2(x-3)^2 - 2$$

In standaardvorm wordt dit (gewoon uitrekenen):

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(x^2-6x+9)-2 \\ &= 2x^2-12x+16 \end{aligned}$$

$$g(x) = -\frac{3}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{2}$$

In standaardvorm wordt dit:

$$\begin{aligned} g(x) &= -\frac{3}{2}(x^2-2x+1)+\frac{1}{2} \\ &= -\frac{3}{2}x^2+3x-1 \end{aligned}$$

2. Bepaal de top en de symmetrieas van de parabool met vergelijking $y=-2x^2+6x-1$. (★)

$$\alpha = -\frac{6}{-4} = \frac{3}{2},\ \beta = -2.\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 6.\left(\frac{3}{2}\right) - 1 = \frac{7}{2}.$$

De top is dus $\left(\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right)$, en de symmetrie-as is de rechte $r \leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

3. Bespreek in een tabel het stijgen en dalen van de functie $g(x)=18x+3x^2-2$. (★)

$$\alpha = -\frac{18}{6} = -3,\ \beta = 18.(-3)+3.(-3)^2-2 = -29$$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$p(x)$	↘	MIN -29	↗

4. Bepaal het domein en het beeld van de functie $h(x)=(x+1)^2-(x-3)(2x-1)$. (★⋆)

$$h(x) = x^2+2x+1-2x^2+6x+x-3 = -x^2+9x-2.\quad \alpha = -\frac{9}{-2} = \frac{9}{2},\ \beta = -\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 9.\frac{9}{2} - 2 = \frac{73}{4}.$$

$$dom\ f = \mathbb{R},\ bld\ f = \left]-\infty, \frac{73}{4}\right].$$

5. De parabool $p \leftrightarrow y=-x^2+6x-7$ wordt gespiegeld om het punt $P(1,1)$. (★★*)

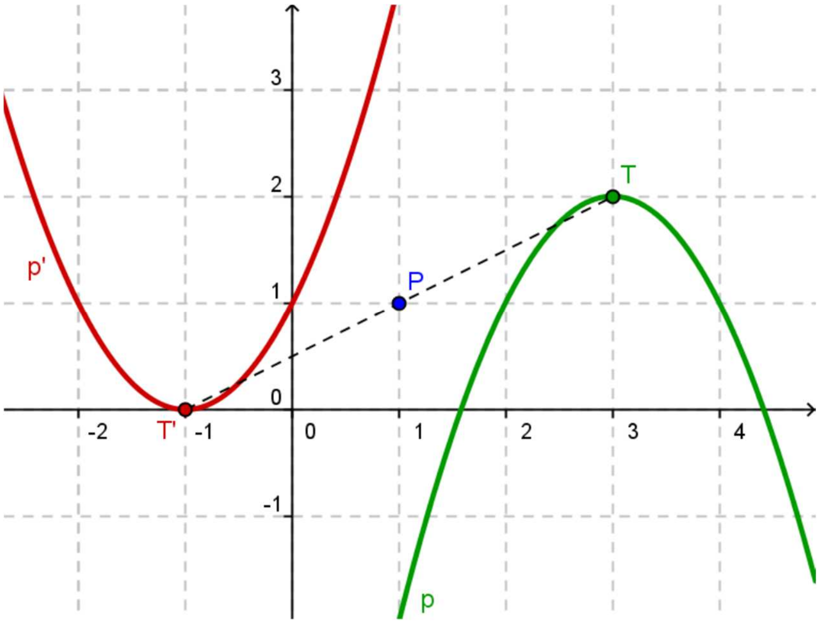
a. Teken de parabool p in het onderstaande assenstelsel.

De top van de parabool p is $T(3,2)$. ($\alpha=-\dfrac{6}{-2}=3$, $\beta=-3^2+6.3-7=2$), en de openingscoëfficiënt is -1.

b. Bepaal grafisch het spiegelbeeld p' van de parabool p.

Zie figuur – in het rood getekend.

c. Stel de vergelijking op van het beeld p'.



De nieuwe top is $T'(-1,0)$. De nieuwe openingscoëfficiënt is 1 (hij wordt een dalparabool).

De vergelijking is dus $p' \leftrightarrow y=(x+1)^2$ of uitgewerkt $p' \leftrightarrow y=x^2+2x+1$.