

Extra oefeningen: rijen (leerstof RR, leerstof MR)

- Beschouw de rij $(u_n) = 3, 5, 9, 17, 33, \dots$ (★★)
 - Geef de volgende twee termen uit deze rij (u_6 en u_7).
 - Definieer deze rij (je mag kiezen tussen een expliciete of een recursieve definitie).
 - Bereken $\sum_{i=1}^5 (i + u_i)$.
- Gegeven: $(-5) + (-3) + (-1) + 1 + 3 + \dots + u_n = 475$. (★★)
Waarvan is de term u_n gelijk? Uit hoeveel termen bestaat deze som?
- (toets 2008-2009) Beschouw de som $S = -214 - 210 - 206 - \dots + 218 + 222 + 226$ \m/ (★★)
 - Bereken S .
 - Schrijf deze som met het Σ -teken.
 - Op de hoeveelste plek staat de term 2 ?

- Bepaal de som van de eerste 55 termen van de rij $-\frac{1}{5}, -\frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{4}, \dots$ (★★)

- Bereken tot op 2 cijfers na de komma nauwkeurig: $245 \cdot \sum_{k=18}^{37} (-0,9)^k$. (★★)

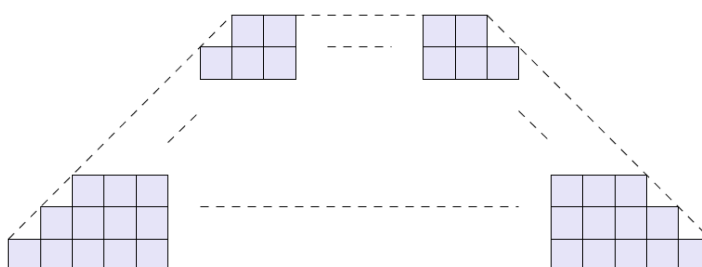
- Bepaal x en y zodat de rij $y - x, 2x + 3, 11, 7x + 1$ een rekenkundige rij vormt. (★★)
(Hint: gebruik de stelling "a, b, c zijn opeenvolgende termen van een R.R. als en slechts als...")

- Vijf termen vormen een rekenkundige rij. De som van de eerste en de laatste term is 4, en het product van de middelste drie termen is -24 . Wat zijn de 5 termen van deze rij? (★★★)

- Van een rekenkundige rij (u_n) weten we dat de som van de eerste 3 termen 12 is, en dat de termen u_1, u_2 en u_6 een meetkundige rij vormen. Wat zijn de eerste 7 termen van deze rij? (★★★)

- 10000 kubussen, met een ribbe van 5 cm, worden gestapeld in de vorm van een trapezium op een wijze zoals voorgesteld in de figuur. (★★★)

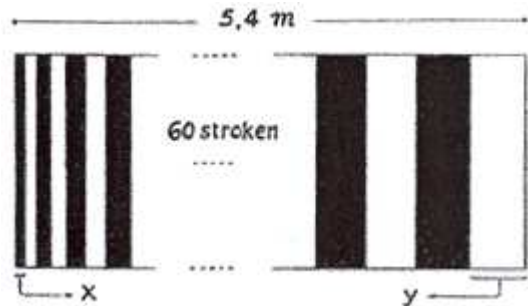
- Wat zal de hoogte zijn van de constructie als men aan de basis begint met 204 blokken?
- Hoeveel blokken liggen er dan op de bovenste laag?



10. In de rij met expliciet voorschrift $u_n = 19n - 100$ is één van de termen gelijk aan de som van de eerste 20 termen van deze rij. De hoeveelste term is dit? (★★)

11. Bepaal het rekenkundige en het meetkundige gemiddelde van 14 en 56. (*)

12. Op een muur van 5,4m breed wil men 60 strepen schilderen, afwisselend wit en zwart. Elke volgende streep moet 2mm breder zijn dan de vorige. Bereken de breedte van de eerste streep (x), en van de laatste streep (y). (★★)



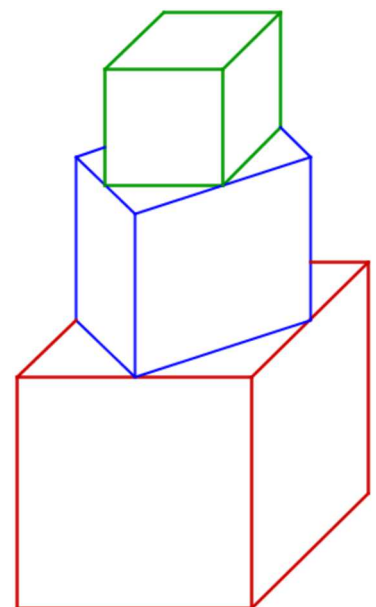
13. Er komt een nieuw spel op TV: 'Euro-jackpot'. Het gaat als volgt: als je de eerste vraag juist beantwoordt, krijg je €0,01. Als je de tweede vraag juist beantwoordt krijg je €0,02 (en heb je dus in totaal al €0,03). Als je de derde vraag goed beantwoordt krijg je €0,04 (in totaal al €0,07)... de bedragen per vraag worden telkens verdubbeld. Clement doet mee en beantwoordt 20 vragen op rij juist. Hoeveel € heeft Clement dan in totaal gewonnen? (★★)

14. Bereken $\sum_{k=1}^{10} (1 + 2^k - 3k)$. (★★★)

15. Robbe maakt een toren blokjes op de manier zoals hiernaast afgebeeld. De hoekpunten van het ondervlak van een kubus vallen altijd samen met de middens van de ribben van het bovenvlak van de kubus waar hij opstaat (zie figuur). (★★★★)

De onderste kubus heeft een ribbe van 6 cm lang.

- Toon aan dat de ribbe van de tweede kubus $3\sqrt{2}$ cm is.
- Bereken de ribbe van de derde kubus.
- Als Robbe op deze manier blijft verder bouwen, hoe hoog zou een toren dan zijn met 10 blokken?
- Bereken het volume van die toren met 10 blokken.
- *Bonus: hoe hoog is de toren mocht Robbe zo oneindig veel blokjes stapelen!?*



Veel succes!!

Oplossingen

- 1) • $u_6 = 65$ en $u_7 = 129$
- Mogelijkheid 1: expliciet $\rightarrow u_n = 2^n + 1$
- Mogelijkheid 2: recursief $\rightarrow u_1 = 3; u_{n+1} = 2u_n - 1$
- Mogelijkheid 3: recursief $\rightarrow u_1 = 3; u_{n+1} = u_n + 2^n$
- $\sum_{i=1}^5 (i + u_i) = (1+3) + (2+5) + (3+9) + (4+17) + (5+33) = 82$
- 2) $n = 25$ en dan is $u_n = 43$.
- 3) • 666 \m/
- 55^e plaats
- 4) 211, 75
- 5) 17,00
- 6) $x = 2$ en $y = 5$.
- 7) -6, -2, 2, 6 en 10.
- 8) 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19
- 9) De hoogte bedraagt 4m (80 rijen), en er liggen 46 blokken bovenaan.
- 10) De 110^e term
- 11) $RG = 35, MG = 28$
- 12) $x = 31$ (mm) en $y = 149$ (mm)
- 13) € 10485,75
- 14) 1891
- 15) • Hint: Pythagoras
- 3cm
- De toren is ongeveer 19,85 cm hoog, en heeft een inhoud van ongeveer 334,12 cm³.
- De toren zou dan ongeveer 20,49 cm hoog zijn.