Extra opgaven telproblemen & kansrekenen (oplossingen)

1. We tellen de nummerplaten per type apart:
   - A1234 $\rightarrow 26.10^4 = 260000$ mogelijkheden
   - AB123 $\rightarrow 26^2.10^3 = 676000$ mogelijkheden
   - A123B $\rightarrow 26.10^3.26 = 676000$ mogelijkheden
   - ABC123 $\rightarrow 26^3.10^3 = 17576000$ mogelijkheden
   - 123ABC $\rightarrow 10^3.26^3 = 17576000$ mogelijkheden

   In totaal dus **36764000** mogelijke nummerplaten
2. We hebben hier te maken met een faculteitsboom:
   - 4 mogelijkheden voor het eerste optreden, 3 mogelijkheden voor het tweede, 2 mogelijkheden voor het derde, en dan nog 1 voor het vierde. In totaal dus 4x3x2x1=24 mogelijke running orders.
   - Dat zal het geval zijn in de helft van de mogelijkheden, dus bij 12 mogelijke running orders.
3. Belangrijk hierbij is dat je inziet dat de volgorde van de koppels geen rol speelt (bij hetzelfde geslacht), dus voor koppels van hetzelfde geslacht moeten we delen door 2 want anders tellen we alle mogelijke koppels dubbel.
   - $12 \times 7 = 84$ mogelijke '*gemengde*' koppels
   - $\frac{12 \times 11}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 66 + 21 = 87$ mogelijke koppels van hetzelfde geslacht
   - In totaal zijn er dus $84 + 87 = 171$ mogelijke koppels
4. In totaal moeten er $20 \times 19/2 = 190$ matchen gespeeld worden. De noemer 2 is noodzakelijk omdat anders elke wedstrijd dubbel wordt geteld (de teams spelen maar één keer tegen elkaar)
5. Elke Europeaan krijgt op zijn 'Europaspoort' een code toegekend. Deze zal bestaan uit twee letters gevolgd door een aantal cijfers. Er zijn op dit moment 498 143 048 Europeanen. (★★)
   - Noemen we n het aantal cijfers dan zijn er $26^2 \times 10^n$ verschillende codes mogelijk. Gezien het gegeven moet dus gelden dat $26^2 \times 10^n > 498\,143\,048$, dit is het geval vanaf $n \geq 6$ (💻).
   - Er zijn $26^2 \times 10^6 = 676\,000\,000$ verschillende codes mogelijk, en op dit moment zijn er $498\,143\,048$ Europeanen. Er mogen er dus nog $676\,000\,000 - 498\,143\,048 = 177\,856\,952$
6. We hebben hier te maken met wegendiagrammen:
   - 3 mogelijke voorgerechten, 4 hoofdgerechten en 4 mogelijke desserts geven in totaal $3 \times 4 \times 4 = 48$ mogelijke driegangenmenus.
   - Kiest ze vis (tomaat garnaal) als voorgerecht dan heeft ze nog 2 mogelijke hoofdgerechten en 4 mogelijke nagerechten, dus 8 combinaties mogelijk. Kiest ze voor vlees (meloen met parmaham) als voorgerecht dan is er maar 1 hoofgerecht en 4 mogelijke desserts, dus 4 combinaties mogelijk. In totaal heeft zij dus 8+4=12 mogelijke driegangenmenus.

7. Gooi je met 5 dobbelstenen dan zijn er $6^5 = 7776$ mogelijke uitkomsten.

- Dat kan op 5^5 verschillende manieren (telkens geen 6 gooien). De kans is dus:

  $$P(geen\ 6) = \frac{5^5}{6^5} = \frac{3125}{7776}.$$

  Je kan ook als volgt redeneren: Per dobbelsteen heb je kans $\frac{5}{6}$ om geen zes te gooien, en je gooit met 5 dobbelstenen dus geldt $P(geen\ 6) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$.

- $P(minstens\ vier\ zessen) = P\left(66666 + \cancel{6}6666 + 6\cancel{6}666 + 66\cancel{6}66 + 666\cancel{6}6 + 6666\cancel{6}\right)$

  Deze gebeurtenissen zijn allemaal disjunct dus mogen we ze gewoon optellen, bovendien kan je opmerken dat de laatste 5 kansen allemaal gelijk zijn, dus berekenen we:

  $$P(minstens\ vier\ zessen) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 + 5 \times \frac{5}{6} \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{26}{7776}$$

8. In een pot zitten 10 knikkers: 5 rode, 3 gele, 2 zwarte. Je trekt blindelings 3 knikkers… (★★★)

- $P(3 \times zelfde\ kleur) = P(RRR) + P(GGG) + \underbrace{\cancel{P(ZZZ)}}_{kan\ niet} = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{66}{720} = \frac{11}{120}$

- $P(driekleur) = P(ZGR \cup ZRG \cup GZR \cup GRZ \cup RZG \cup RGZ)$

  Deze kansen zijn natuurlijk disjunct, dus mogen we ze elk apart berekenen en optellen:

  $$P(driekleur) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = 6.\frac{1}{24} = \frac{1}{4}$$

9. We plaatsen de gegevens in een tabel en zien:

	besmet	niet besmet	
test positief	2%	6%	8%
test negatief	9,2%	82,8%	92%
	11,2%	88,8%	100%

De gevraagde kans is dus $P(positief \mid besmet) = \frac{2\%}{11,2\%} = \frac{5}{28}$

10. De eerste kaart die je trekt mag willekeurig zijn, maar de volgende kaarten moeten van dezelfde soort zijn, dus: $P(5 \times zelfde\ soort) = 1 \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} \cdot \frac{9}{48} = \frac{33}{16660} \approx 0{,}198\%$

11. Ook hier werk je weer best met een tabel:

	Wint match	Verliest match	
Wint eerste set	88%	7%	95%
Verliest eerste set	2%	3%	5%
	90%	10%	100%

De gevraagde kans is dus $P\left(wint\ match \mid wint\ eerste\ set\right) = \dfrac{88\%}{95\%} \approx 92,6\%$

12.

- $P\left(JJJ \cup MMM\right) \overset{disjunct}{=} P\left(JJJ\right) + P\left(MMM\right) = \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} + \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{49}{100} = 25,03\%$
- $P\left(JM \cup MJ\right) = \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{49}{100} + \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{51}{100} = 49,98\%$
- We berekenen eerst de kans dat het vier kinderen zijn van hetzelfde geslacht:

  $P\left(JJJJ \cup MMMM\right) \overset{disjunct}{=} P\left(JJJJ\right) + P\left(MMMM\right) = \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} + \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{49}{100} \cdot \dfrac{49}{100} = \dfrac{12530002}{100000000}$

  $P\left(JJJJ\right) = \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} \cdot \dfrac{51}{100} = \dfrac{6765201}{100000000}$

  Dus $P\left(4 \times jongen \mid 4 \times zelfde\ geslacht\right) = \dfrac{6765201}{12530002} \approx 53,99\%$