Voorbeeldoplossing toets: algebraïsch rekenen

1. Voer de volgende deling uit:

- Bepaal het quotiënt en de rest bij deling van $8x^4-18x^3+13x^2-8x+8$ door $2x-3$.

$8x^4$	$-18x^3$	$+13x^2$	$-8x$	$+8$	$2x$	-3			
$8x^4$	$-12x^3$				$4x^3$	$-3x^2$	$+2x$	-1	
	$-6x^3$	$+13x^2$	$-8x$	$+8$					
	$-6x^3$	$+9x^2$							
		$+4x^2$	$-8x$	$+8$					
		$+4x^2$	$-6x$						
			$-2x$	$+8$					
			$-2x$	$+3$					
				5					

Dus $Q(x)=4x^3-3x^2+2x-1$ en $R(x)=5$

2. Bij deling van $8x^3+ax^2+bx+2$ door $2x^2+3x-5$ wordt de rest gegeven door $2x-3$. Bepaal de waarde van a en b. Gebruik bij voorkeur de methode van de onbepaalde coëfficiënten.

$$\begin{aligned}8x^3+ax^2+bx+2 &=\left(2x^2+3x-5\right)(cx+d)+(2x-3)\\ &=2cx^3+(3c+2d)x^2+(3d-5c+2)x-5d-3\end{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases}8=2c\\ a=3c+2d\\ b=3d-5c+2\\ 2=-5d-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=10\\ b=-21\\ c=4\\ d=-1\end{cases}$$

3. Gegeven: $(x+1)\,|\,x^3+2x^2-3ax-4a^2=A(x)$

Pas de reststelling toe:

$$A(-1)=0\Leftrightarrow(-1)^3+2(-1)^2-3a(-1)-4a^2=0\Leftrightarrow-4a^2+3a+1=0\overset{vkv}{\Leftrightarrow}a=1\ \vee\ a=-\frac{1}{4}$$

- Ontbind in (zoveel mogelijk) factoren:
- $x^4-6x^2-7x-6=(x+2)(x-3)\underbrace{\left(x^2+x+1\right)}_{\Delta<0\Rightarrow KNOW}$

	1	0	-6	-7	-6
-2		-2	4	4	6
	1	-2	-2	-3	0
3		3	3	3	
	1	1	1	0	

- $9x^5-4x^3+9x^2-4=9x^2\left(x^3+1\right)-4\left(x^3+1\right)=\left(9x^2-4\right)\left(x^3+1\right)=(3x+2)(3x-2)(x+1)\left(x^2-x+1\right)$

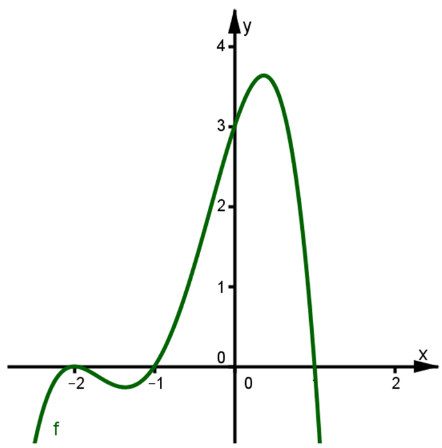
4. Hiernaast staat de grafiek van een veelterm van de vierde graad getekend.

   - Stel het functievoorschrift op.

$f(x)=a(x+2)^2(x+1)(x-1)$, en omdat $P(0,3)\in f$:

$3=a(0+2)^2(0+1)(0-1)\Leftrightarrow 3=-4a\Leftrightarrow a=-3/4$

Dus $f(x)=-\frac{3}{4}(x+2)^2(x+1)(x-1)$



Voorbeeldoplossing toets: algebraïsch rekenen

1. Voer de volgende deling uit:

   - Bepaal het quotiënt en de rest bij deling van $12x^4-17x^3+12x^2-7x+7$ door $3x-2$.

$$
\begin{array}{rrrrr|rrrr}
12x^4 & -17x^3 & +12x^2 & -7x & +7 & 3x & -2 & & \\
\cline{6-9}
\underline{12x^4} & \underline{-8x^3} & & & & 4x^3 & -3x^2 & +2x & -1 \\
 & -9x^3 & +12x^2 & -7x & +7 & & & & \\
 & \underline{-9x^3} & \underline{+6x^2} & & & & & & \\
 & & +6x^2 & -7x & +7 & & & & \\
 & & \underline{+6x^2} & \underline{-4x} & & & & & \\
 & & & -3x & +7 & & & & \\
 & & & \underline{-3x} & \underline{+2} & & & & \\
 & & & & 5 & & & &
\end{array}
$$

Dus $Q(x)=4x^3-3x^2+2x-1$ en $R(x)=5$

2. Bij deling van $10x^3+ax^2+bx+8$ door $2x^2+4x-5$ wordt de rest gegeven door $3x-2$. Bepaal de waarde van a en b. Gebruik bij voorkeur de methode van de onbepaalde coëfficiënten.

$$
\begin{aligned}
10x^3+ax^2+bx+8 &= \left(2x^2+4x-5\right)(cx+d)+(3x-2) \\
&= 2cx^3+(4c+2d)x^2+(4d-5c+3)x-5d-2
\end{aligned}
\Leftrightarrow
\begin{cases} 10=2c \\ a=4c+2d \\ b=4d-5c+3 \\ 8=-5d-2 \end{cases}
\Leftrightarrow
\begin{cases} a=16 \\ b=-30 \\ c=5 \\ d=-2 \end{cases}
$$

3. Gegeven: $(x+1)\mid x^3+2x^2+4ax-5a^2=A(x)$

Pas de reststelling toe:

$$A(-1)=0 \Leftrightarrow (-1)^3+2(-1)^2+4a(-1)-5a^2=0 \Leftrightarrow -5a^2-4a+1=0 \overset{vkv}{\Leftrightarrow} a=-1 \ \vee \ a=\frac{1}{5}$$

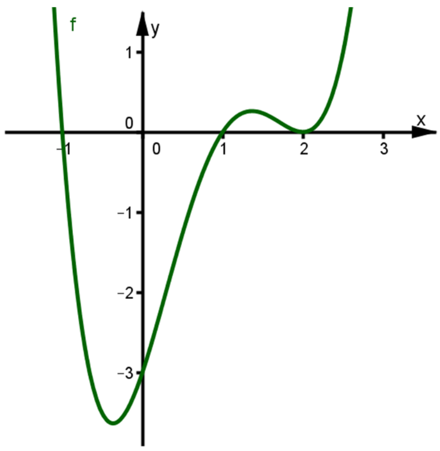
4. Ontbind in (zoveel mogelijk) factoren:

   - $x^4-6x^2+7x-6 = (x-2)(x+3)\underbrace{\left(x^2-x+1\right)}_{\Delta<0 \Rightarrow KNOW}$

	1	0	-6	+7	-6
2		2	4	-4	6
	1	2	-2	3	0
-3		-3	3	-3	
	1	-1	1	0	

   - $4x^5-9x^3-4x^2+9 = 4x^2\left(x^3-1\right)-9\left(x^3-1\right)=\left(4x^2-9\right)\left(x^3-1\right)=(2x+3)(2x-3)(x-1)\left(x^2+x+1\right)$

5. Hiernaast staat de grafiek van een veelterm van de vierde graad getekend.



   - Stel het functievoorschrift op.

$f(x)=a(x-2)^2(x+1)(x-1)$, en omdat $P(0,-3)\in f$:

$$-3=a(0-2)^2(0+1)(0-1) \Leftrightarrow -3=-4a \Leftrightarrow a=3/4$$

Dus $f(x)=\frac{3}{4}(x-2)^2(x+1)(x-1)$