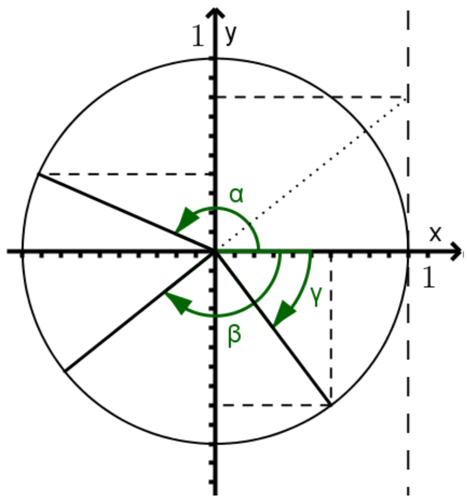
Voorbeeldoplossing toets: goniometrie - inleiding

1. Bereken eerst de hoofdwaarde van de hoek en zet de eenheid dan om naar radialen.

$$300^\circ \overset{HW}{=} \boxed{-60^\circ}$$

2. Teken volgende hoeken op de goniometrische cirkel:
   - Hoek $\alpha \in II$ met $\sin\alpha = 0,4$
   - Hoek $\beta \in III$ met $\tan\beta = 0,8$
   - Hoek γ, met $\sec\gamma = \frac{5}{3}$ en $\csc\gamma = \frac{-5}{4}$



3. Voor een hoek α in het vierde kwadrant ($\alpha \in IV$) geldt dat $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. Bereken $\sin\alpha$ en $\tan\alpha$.

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-\frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \cancel{\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}} \vee \sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$ (negatief want $\alpha \in IV$)

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-2\sqrt{2}/3}{1/3} = -2\sqrt{2}$$

4. Vereenvoudig de volgende uitdrukking:

$$\frac{1-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{2\cos^2\alpha} = \frac{1-(\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)}{2\cos^2\alpha} = \frac{1-(1-2\sin\alpha\cos\alpha)}{2\cos^2\alpha} = \frac{\cancel{2}\sin\alpha\,\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{2}\cos^{\cancel{2}}\alpha} = \tan\alpha$$

5. Bewijs dat volgende identiteit geldt: $(\tan\alpha+\cot\alpha)^2 = \sec^2\alpha+\csc^2\alpha$

$$LL = (\tan\alpha+\cot\alpha)^2 = \tan^2\alpha + 2\underbrace{\cancel{\tan\alpha}\ \cancel{\cot\alpha}}_{=1} + \cot^2\alpha = \tan^2\alpha+1+\cot^2\alpha+1 = \sec^2\alpha+\csc^2\alpha = RL$$

6. $ABCD$ is een parallellogram.

   Verklaar waarom $\sin\hat{A} = \sin\hat{B}$.

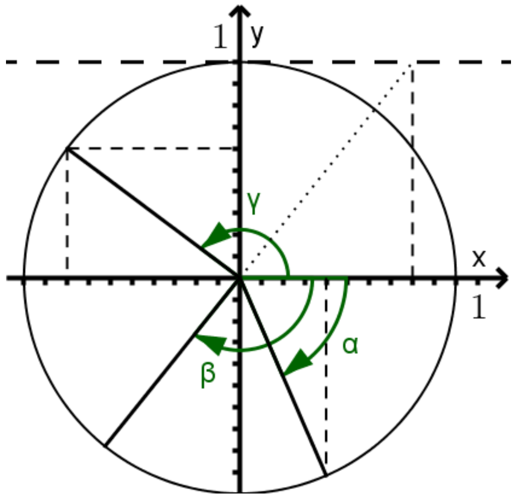
   Omdat $ABCD$ een parallellogram is, zijn de hoeken $\hat{A}$ en $\hat{B}$ supplementair en dus is $\sin\hat{A} = \sin\hat{B}$.

Voorbeeldoplossing toets: goniometrie - inleiding

1. Bereken eerst de hoofdwaarde van de hoek en zet de eenheid dan om naar radialen.

$$315° \overset{HW}{=} \boxed{-45°}$$

2. Teken volgende hoeken op de goniometrische cirkel:
   - Hoek $\alpha \in IV$ met $\cos\alpha = 0,4$
   - Hoek $\beta \in III$ met $\cot\beta = 0,8$
   - Hoek γ, met $\sec\gamma = \frac{-5}{4}$ en $\csc\gamma = \frac{5}{3}$



3. Voor een hoek α in het tweede kwadrant ($\alpha \in II$) geldt dat $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. Bereken $\cos\alpha$ en $\cot\alpha$.

$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha = 1-\frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \cancel{\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}} \vee \cos\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (negatief want $\alpha \in II$)

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{-2\sqrt{2}/3}{1/3} = -2\sqrt{2}$$

4. Vereenvoudig de volgende uitdrukking:

$$\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{4\sin^2\alpha} = \frac{\left(\cancel{\sin^2\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha+\cancel{\cos^2\alpha}\right)-\left(\cancel{\sin^2\alpha}-2\sin\alpha\cos\alpha+\cancel{\cos^2\alpha}\right)}{4\sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\cancel{4}\,\cancel{\sin\alpha}\,\cos\alpha}{\cancel{4}\sin^{\cancel{2}}\alpha} = \cot\alpha$$

5. Bewijs dat volgende identiteit geldt: $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\sec\alpha-\sec\beta} = \frac{\sec\alpha+\sec\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$

$\Leftrightarrow (\tan\alpha+\tan\beta)(\tan\alpha-\tan\beta) = (\sec\alpha+\sec\beta)(\sec\alpha-\sec\beta) \Leftrightarrow \tan^2\alpha-\tan^2\beta = \sec^2\alpha-\sec^2\beta$

$\Leftrightarrow \sec^2\beta-\tan^2\beta = \sec^2\alpha-\tan^2\alpha \Leftrightarrow 1=1 \quad \square$

6. $ABCD$ is een parallellogram.
   Verklaar waarom $\cos\hat{A}+\cos\hat{B}=0$.
   Omdat $ABCD$ een parallellogram is, zijn de hoeken $\hat{A}$ en $\hat{B}$ supplementair en dus is $\cos\hat{A} = -\cos\hat{B}$.