Verbetering toets ongelijkheden & ligging van de wortels (reeks A)

1. Los de ongelijkheid op: $(x-5)(x-1)\leq 1 \Leftrightarrow x^2-6x+4\leq 0$

$\Delta = 6^2-4.1.4=20$, dus $x_1=\dfrac{6-2\sqrt{5}}{2}=3-\sqrt{5}$ en $x_2=\dfrac{6+2\sqrt{5}}{2}=3+\sqrt{5}$.

Tekenverloop:

x	$-\infty$		$3-\sqrt{5}$		$3+\sqrt{5}$		$+\infty$
x^2-6x+4		+	0	-	0	+	

$\boxed{V=\left[3-\sqrt{5},3+\sqrt{5}\right]}$

2. Los de ongelijkheid op: $\dfrac{2x^2-3x+1}{4x-3}\leq 0$.

Nulpunten: $2x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=\dfrac{1}{2}$; $4x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{4}$

x	$-\infty$		$1/2$		$3/4$		1		$+\infty$
$2x^2-3x+1$		+	0	-	-	-	0	+	
$4x-3$		-	-	-	0	+	+	+	
Q		-	0	+	|	-	0	+	

$\boxed{V=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left]\frac{3}{4},1\right]}$

3. Los op: $x-6<6x-x^2\leq 10-x \Leftrightarrow \begin{cases} x-6<6x-x^2 \\ 6x-x^2\leq 10-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x-6<0 \\ -x^2+7x-10\leq 0 \end{cases}$

$s=5,\ p=-6 \Rightarrow x=6 \vee x=-1$

$s=7,\ p=10 \Rightarrow x=2 \vee x=5$

x	$-\infty$		-1		2		5		6		$+\infty$
x^2-5x-6		+	0	-	-	-	-	-	0	+	
$-x^2+7x-10$		-	-	-	0	+	0	-	-	-	

$\boxed{V=\left]-1,2\right]\cup\left[5,6\right[}$

4. Beschouw de vergelijking met $m\in\mathbb{R}$ als parameter: $2x^2+(m-3)x+1-m=0$.

Voor welke waarden van m heeft deze vergelijking twee wortels met een verschillend teken waarvan de positieve in absolute waarde de grootste is?

Dit is als en slechts als $\Delta>0 \ \wedge \ p<0 \ \wedge \ s>0$

$\Delta=(m-3)^2-4.2.(1-m)=m^2+2m+1=(m+1)^2 \rightarrow$ (dubbel) nulpunt is $m=-1$

$p=\dfrac{1-m}{2}=-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{1}{2} \rightarrow$ nulpunt is $m=1$

$s=-\dfrac{m-3}{2}=-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{3}{2} \rightarrow$ nulpunt is $m=3$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$\Delta=(m+1)^2$		+	0	+	+	+	+	+	
$p=-\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}$		+	+	+	0	-	-	-	
$s=-\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}$		+	+	+	+	+	0	-	

$\boxed{m\in\left]1,3\right[}$

Verbetering toets ongelijkheden & ligging van de wortels (reeks B)

1. Los de ongelijkheid op: $(x-5)(x+1)\leq -4 \Leftrightarrow x^2-4x-1\leq 0$

$\Delta=(-4)^2-4.1.(-1)=20$, dus $x_1=\dfrac{4-2\sqrt{5}}{2}=2-\sqrt{5}$ en $x_2=\dfrac{4+2\sqrt{5}}{2}=2+\sqrt{5}$.

Tekenverloop:

x	$-\infty$	$2-\sqrt{5}$		$2+\sqrt{5}$	$+\infty$
x^2-4x-1	+	0	-	0	+

$\boxed{V=\left[2-\sqrt{5},2+\sqrt{5}\right]}$

2. Los op: $x-4<4x-x^2\leq 6-x \Leftrightarrow \begin{cases} x-4<4x-x^2 \\ 4x-x^2\leq 6-x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-4<0 \\ -x^2+5x-6\leq 0\end{cases}$ $\quad s=3,\ p=-4 \Rightarrow x=4 \vee x=-1$; $\quad s=5,\ p=6 \Rightarrow x=2\vee x=3$

x	$-\infty$	-1		2		3		4	$+\infty$
x^2-3x-4	+	0	-	-	-	-	-	0	+
$-x^2+5x-6$	-	-	-	0	+	0	-	-	-

$\boxed{V=\left]-1,2\right]\cup\left[3,4\right[}$

3. Los de ongelijkheid op: $\dfrac{4x^2-7x+3}{2x-1}\leq 0$.

Nulpunten: $4x^2-7x+3=0 \Leftrightarrow x=1\vee x=\dfrac{3}{4}$; $2x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$	$1/2$		$3/4$		1	$+\infty$
$4x^2-7x+3$	+	+	+	0	-	0	+
$2x-1$	-	0	+	+	+	+	+
Q	-	|	+	0	-	0	+

$\boxed{V=\left]-\infty,\dfrac{1}{2}\right[\cup\left[\dfrac{3}{4},1\right]}$

4. Beschouw de vergelijking met $m\in\mathbb{R}$ als parameter: $2x^2+(3-m)x+1-m=0$.

Voor welke waarden van m heeft deze vergelijking twee wortels met een verschillend teken waarvan de negatieve in absolute waarde de grootste is?

Dit is als en slechts als $\Delta>0 \ \wedge\ p<0\ \wedge\ s<0$

$\Delta=(3-m)^2-4.2.(1-m)=m^2+2m+1=(m+1)^2 \ \rightarrow$ (dubbel) nulpunt is $m=-1$

$p=\dfrac{1-m}{2}=-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{1}{2} \ \rightarrow$ nulpunt is $m=1$

$s=-\dfrac{3-m}{2}=\dfrac{1}{2}m-\dfrac{3}{2} \ \rightarrow$ nulpunt is $m=3$

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$\Delta=(m+1)^2$	+	0	+	+	+	+	+
$p=-\dfrac{1}{2}m+\dfrac{1}{2}$	+	+	+	0	-	-	-
$s=\dfrac{1}{2}m-\dfrac{3}{2}$	-	-	-	-	-	0	+

$\boxed{m\in\left]1,3\right[}$