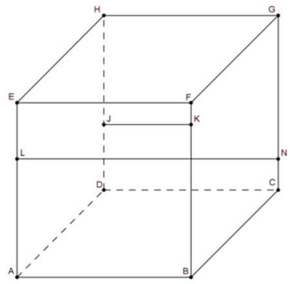
Voorbeeldoplossing toets: ruimtemeetkunde

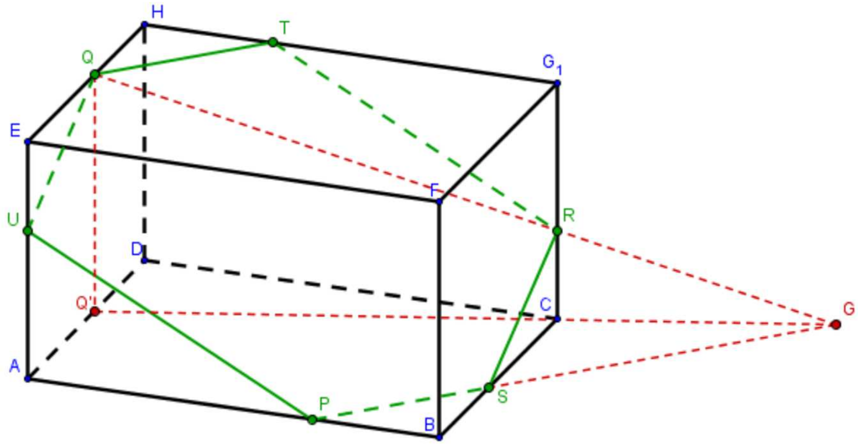
1. De figuur hieronder is een kubus in cavalièreperspectief. Vul in met K, E of S (kruisend, evenwijdig of snijdend). De punten J, K, L en N liggen respectivelijk op de ribben DH , BF , AE en CG .



AB en LN	***K***	AG en BH	***S***
JK en BD	***S***	CD en EF	***E***

2. Teken op de figuur de doorsnede van het vlak PQR met de balk. Hou rekening met de zichtbaarheid.

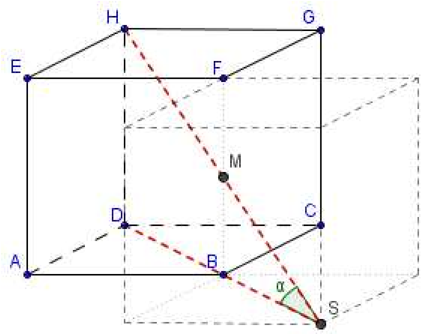
Werkwijze: Bepaal in het verticaalvlak door Q en R de doorboring van QR met het grondvlak, en steun daarna op evenwijdigheid.



3. Vul in met waar (W) of onwaar (O). a,b zijn rechten, α, β zijn vlakken.

- $a \parallel b \ \wedge \ a \subset \alpha \ \wedge \ \alpha \parallel \beta \ \Rightarrow \ b \parallel \beta$ — ***W***
- $a \perp b \ \wedge \ a \parallel \alpha \ \Rightarrow \ b \perp \alpha$ — ***O***

4. Op de kubus hiernaast is M het midden van de ribbe $[BF]$.



- Bepaal de doorboring van rechte HM met het grondvlak $ABCD$.

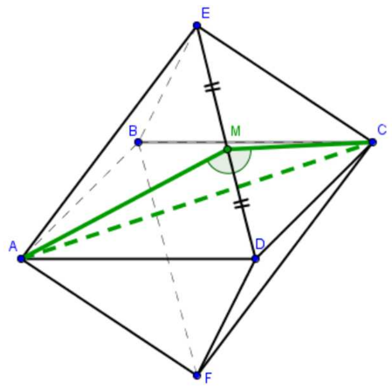
Werkwijze: werk in het verticaalvlak door H en M .

- Bereken de hoek die deze rechte met het grondvlak maakt.

Dit is de hoek $\widehat{HSD}$ want DS is per constructie de loodrechte projectie van HS op het grondvlak. Op de figuur is duidelijk dat $|DS| = 2.|DB| = 2\sqrt{2}$ (waarbij we de ribbe gelijk stellen aan een eenheid).

Aangezien ΔHSD rechthoekig is in D, geldt: $\tan \widehat{HSD} = \dfrac{|HD|}{|SD|} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{HSD} \approx 19°28'16"$.

5. Bepaal in een regelmatig achtvlak de hoek die twee zijvlakken die een ribbe gemeen hebben met elkaar maken. (bereken de hoek tussen de vlakken ADE en CDE). *(we nemen voor het gemak aan dat alle ribben 1 zijn).*



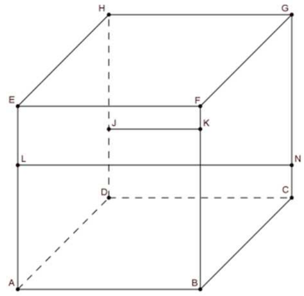
De hoek die de vlakken ADE en CDE met elkaar maken is de hoek $\widehat{AMC}$, want zowel AM als CM staan loodrecht op snijlijn ED (M is het midden van $[ED]$ en in gelijkzijdige driehoeken is de zwaartelijn ook de hoogtelijn).

Met Pythagoras vind je in dat $|AC| = \sqrt{2}$, en $|AM| = |MC| = \sqrt{3}/2$.

Dus in ΔAMC geldt $\cos \widehat{AMC} = \dfrac{|AM|^2 + |MC|^2 - |AC|^2}{2.|AM|.|MC|} = \dfrac{-1/2}{3/2} = -1/3 \Rightarrow \widehat{AMC} = 109°28'16"$.

Voorbeeldoplossing toets ruimtemeetkunde

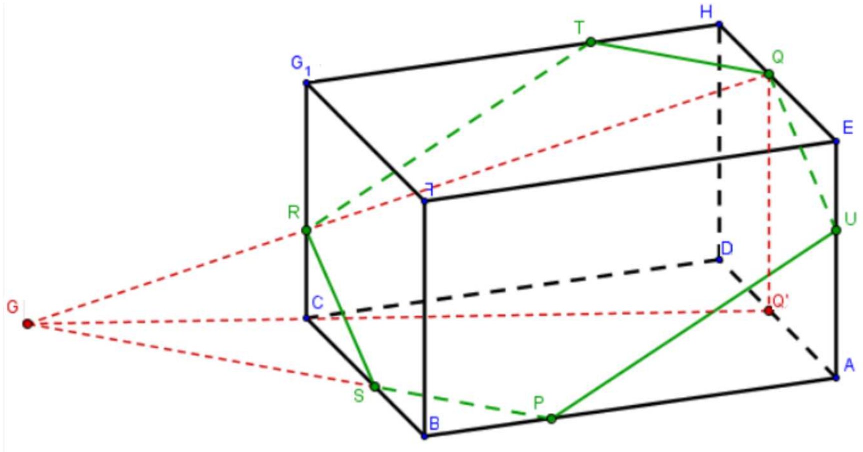
1. De figuur hieronder is een kubus in cavalièreperspectief. Vul in met K, E of S (kruisend, evenwijdig of snijdend). De punten J, K, L en N liggen respectievelijk op de ribben DH, BF, AE en CG.



DC en EF	**E**	DB en KJ	**S**
GA en BH	**S**	BA en NL	**K**

2. Teken op de figuur de doorsnede van het vlak PQR met de balk. Hou rekening met de zichtbaarheid.

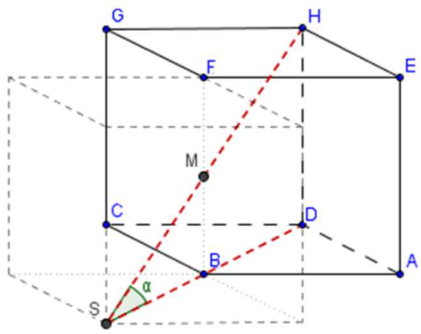
Werkwijze: Bepaal in het verticaalvlak door Q en R de doorboring van QR met het grondvlak, en steun daarna op evenwijdigheid.



3. Vul in met waar (W) of onwaar (O). a, b zijn rechten, α, β zijn vlakken.

- $a \perp b \wedge b \parallel \beta \Rightarrow a \perp \beta$ **O**
- $a \parallel b \wedge b \subset \beta \wedge \alpha \parallel \beta \Rightarrow a \parallel \alpha$ **W**

4. Op de kubus hiernaast is M het midden van de ribbe $[BF]$.



- Bepaal de doorboring van de rechte HM met het grondvlak $ABCD$.

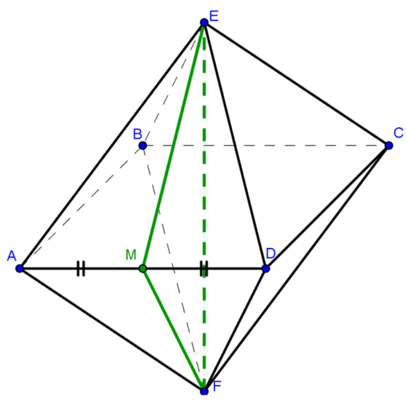
Werkwijze: werk in het verticaalvlak door H en M.

- Bereken de hoek die deze rechte met het grondvlak maakt.

Dit is de hoek $\widehat{HSD}$ want DS is per constructie de loodrechte projectie van HS op het grondvlak. Op de figuur is duidelijk dat $|DS| = 2.|DB| = 2\sqrt{2}$ (waarbij we de ribbe gelijk stellen aan een eenheid).

Aangezien ΔHSD rechthoekig is in D, geldt: $\tan \widehat{HSD} = \dfrac{|HD|}{|SD|} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{HSD} \approx 19°28'16''$.

5. Bepaal in een regelmatig achtvlak de hoek die twee zijvlakken die een ribbe gemeen hebben met elkaar maken. (bereken de hoek tussen de vlakken ADE en ADF). *(we nemen voor het gemak aan dat alle ribben 1 zijn).*



De hoek die de vlakken ADE en CDE met elkaar maken is de hoek $\widehat{AMC}$, want zowel AM als CM staan loodrecht op snijlijn ED (M is het midden van $[ED]$ en in gelijkzijdige driehoeken is de zwaartelijn ook de hoogtelijn). Met Pythagoras vind je in dat $|AC| = \sqrt{2}$, en $|AM| = |MC| = \sqrt{3}/2$.

Dus in ΔAMC geldt $\cos \widehat{AMC} = \dfrac{|AM|^2 + |MC|^2 - |AC|^2}{2.|AM|.|MC|} = \dfrac{-1/2}{3/2} = -1/3 \Rightarrow \widehat{AMC} = 109°28'16''$.