Voorbeeldoplossing toets: telproblemen & kansrekenen

1. Kato en Robbe hebben een blokkendoos met 8 verschillende blokken die ze allemaal op elkaar stapelen (in het voorbeeld zie je slechts 3 blokken gestapeld). Hoeveel verschillende stapels kunnen ze op deze manier maken?

   Voor het eerste blokje hebben ze 8 keuzes, voor het tweede 7 keuzes, voor het derde 6 keuzes, enz. :

   $\# = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$

2. Ons alfabet bestaat uit 21 medeklinkers en 5 klinkers. Hoeveel *'woorden'* van 2 letters kan men vormen als de enige afspraak is dat twee medeklinkers geen woord vormen.

   $\left.\begin{array}{l} \text{MK} \rightarrow 21\times 5 = 105 \\ \text{KM} \rightarrow 5\times 21 = 105 \\ \text{KK} \rightarrow 5\times 5 = 25 \end{array}\right\}$ in totaal 235 mogelijke 'woorden'.

3. In een vaas zitten 10 knikkers: 2 blauwe, 3 gele, 4 rode en één witte. Je neemt hier lukraak 2 knikkers uit (zonder terugleggen).

   - Bereken de kans dat je net de twee blauwe knikkers hebt genomen.

     $$P(BB) = \frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

   - Bereken de kans dat de twee knikkers dezelfde kleur hebben.

     $$P(\textit{zelfde kleur}) = P(\textit{BB of GG of RR}) = \frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9} + \frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9} + \frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9} = \frac{2}{9}$$

   - Bereken de kans dat de knikkers een verschillende kleur hebben.

     Als ze niet dezelfde kleur hebben dan hebben ze een verschillende kleur, dus:

     $$P(\textit{verschillende kleur}) = 1 - P(\textit{zelfde kleur}) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

4. In een schuif liggen 10 kousen, die samen 5 paar vormen. Jammer genoeg zijn de kousen niet op orde gelegd. Je neemt willekeurig 2 kousen uit de schuif. Wat is de kans dat ze een paar vormen?

   De eerste kous is willekeurig, maar de tweede kous moet het paar vormen, de kans is dus $P(\textit{paar}) = \frac{1}{9}$.

5. De kans dat KSK Beveren een thuismatch wint is 45%. De kans dat ze een uitmatch winnen is 15%. De kalender toont dat ze nog twee thuismatchen en twee uitmatchen moeten spelen.

- Bereken de kans dat ze alle matchen winnen.

  $P(WWWW) = 0,45 \times 0,45 \times 0,15 \times 0,15 = 0,00455625 \approx 0,5\%$

- Bereken de kans dat ze minstens één match winnend afsluiten.

  De kans dat ze thuis een match niet winnen is $55\% = 0,55$, op verplaatsing is dit $85\% = 0,85$

  De kans dat geen enkele match meer winnen is dus:

  $P(\cancel{W}\cancel{W}\cancel{W}\cancel{W}) = 0,55 \times 0,55 \times 0,85 \times 0,85 \approx 0,2186 = 21,86\%$.

  De kans dat ze dus minstens één match wel winnen is het complement, dus $78,14\%$.

6. Uit een boek van 52 speelkaarten worden vier willekeurige kaarten getrokken.

- Bereken de kans dat het de vier azen zijn.

  $$P(A_1A_2A_3A_4) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} \cdot \frac{1}{49} = \frac{1}{270725}$$

- Bereken de kans dat het vier kaarten van een verschillende soort zijn (♣,♦,♥ of ♠).

  De eerste kaart is willekeurig, de tweede, derde en vierde kaart moeten telkens een andere soort zijn. De gevraagde kans is dus:

  $$P(4 \times \neq kleur) = 1 \cdot \frac{39}{51} \cdot \frac{26}{50} \cdot \frac{13}{49} \approx 10,55\%$$

Voorbeeldoplossing toets: telproblemen & kansrekenen

1. Kato en Robbe hebben een blokkendoos met 7 verschillende blokken die ze allemaal op elkaar stapelen (in het voorbeeld zie je slechts 3 blokken gestapeld). Hoeveel verschillende stapels kunnen ze op deze manier maken?

   Voor het eerste blokje hebben ze 7 keuzes, voor het tweede 6 keuzes, voor het derde 5 keuzes, enz. :

   $\# = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$

2. Ons alfabet bestaat uit 20 medeklinkers en 6 klinkers. Hoeveel *'woorden'* van 2 letters kan men vormen als de enige afspraak is dat twee medeklinkers geen woord vormen.

   $$\left.\begin{array}{l} \text{MK} \rightarrow 20\times 6 = 120 \\ \text{KM} \rightarrow 6\times 20 = 120 \\ \text{KK} \rightarrow 6\times 6 = 36 \end{array}\right\} \text{in totaal 276 mogelijke 'woorden'.}$$

3. In een vaas zitten 12 knikkers: 5 blauwe, 2 gele, 4 rode en één witte. Je neemt hier lukraak 2 knikkers uit (zonder terugleggen).

   - Bereken de kans dat je net de twee gele knikkers hebt genomen.

     $P(GG) = \frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11} = \frac{1}{66}$

   - Bereken de kans dat de twee knikkers dezelfde kleur hebben.

     $P(zelfde\ kleur) = P(BB\ of\ GG\ of\ RR) = \frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11} + \frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11} + \frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11} = \frac{17}{66}$

   - Bereken de kans dat de knikkers een verschillende kleur hebben.

     Als ze niet dezelfde kleur hebben dan hebben ze een verschillende kleur, dus:

     $P(verschillende\ kleur) = 1 - P(zelfde\ kleur) = 1 - \frac{17}{66} = \frac{49}{66}$

4. In een schuif liggen 12 kousen, die samen 6 paar vormen. Jammer genoeg zijn de kousen niet op orde gelegd. Je neemt willekeurig 2 kousen uit de schuif. Wat is de kans dat ze een paar vormen?

   De eerste kous is willekeurig, maar de tweede kous moet het paar vormen, de kans is dus $P(paar) = \frac{1}{11}$.

5. De kans dat KSK Beveren een thuismatch wint is 35%. De kans dat ze een uitmatch winnen is 25%. De kalender toont dat ze nog twee thuismatchen en twee uitmatchen moeten spelen.

- Bereken de kans dat ze alle matchen winnen.

$$P(WWWW)=0,35\times0,35\times0,25\times0,25=0,00765625\approx0,8\%$$

- Bereken de kans dat ze minstens één match winnend afsluiten.

De kans dat ze thuis een match niet winnen is $65\%=0,65$, op verplaatsing is dit $75\%=0,75$

De kans dat geen enkele match meer winnen is dus:

$$P(\cancel{W}\cancel{W}\cancel{W}\cancel{W})=0,65\times0,65\times0,75\times0,75\approx0,2377=23,77\%.$$

De kans dat ze dus minstens één match wel winnen is het complement, dus $76,23\%$.

6. Uit een boek van 52 speelkaarten worden vier willekeurige kaarten getrokken.

- Bereken de kans dat het de vier harten kaarten zijn.

$$P(HHHH)=\frac{13}{52}\cdot\frac{12}{51}\cdot\frac{11}{50}\cdot\frac{10}{49}=\frac{11}{4165}$$

- Bereken de kans dat het vier kaarten van een verschillende soort zijn (♣,♦,♥ of ♠).

De eerste kaart is willekeurig, de tweede, derde en vierde kaart moeten telkens een andere soort zijn. De gevraagde kans is dus:

$$P(4\times\neq kleur)=1\cdot\frac{39}{51}\cdot\frac{26}{50}\cdot\frac{13}{49}\approx10,55\%$$