

Voorbeeldoplossing toets tweedegraadsvergelijkingen (zonder GRM) – reeks A

1. Los deze twee eenvoudige tweedegraadsvergelijkingen op:

- $131x^2 - 927x = 0$

$$\Leftrightarrow x(131x - 927) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 131x - 927 = 0$$

$$V = \{0; 927/131\}$$

- $14x^2 + x + 831 = 0$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 14 \cdot 831 < 0$$

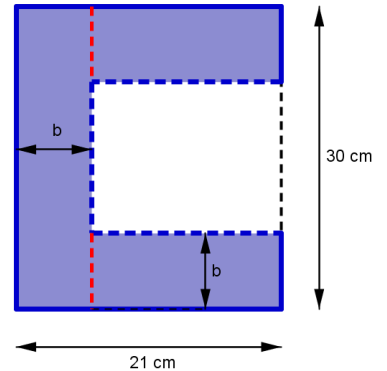
$$V = \emptyset$$

2. Jean moet de letter C uit een A4-blad knippen (A4: 21cm x 30cm). De oppervlakte van deze letter moet de helft van het A4-blad zijn. Stel de vergelijking op in standaardvorm die je zou toelaten de breedte van deze letter te berekenen.

De letter bestaat uit 3 rechthoeken (1 verticale, 2 horizontale). Zijn oppervlakte is dus: $C = 30b + 2 \cdot (21 - b) \cdot b = -2b^2 + 72b$

Dit zou de helft moeten zijn van het A4-blad, dus $C = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 30 = 315$

De op te lossen vergelijking is dus $-2b^2 + 72b = 315 \Leftrightarrow 2b^2 - 72b + 315 = 0$



3. Los de vergelijking op en schrijf de oplossingen in hun eenvoudigste vorm.

- $x^2 + 7 = 10x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 7 = 0$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 72$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{72}}{2} = \frac{10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 5 + 3\sqrt{2} \\ 5 - 3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$V = \{5 + 3\sqrt{2}, 5 - 3\sqrt{2}\}$$

4. Los de vergelijking op:

- $\frac{x}{x-2} + \frac{4}{x-1} = 5$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 4(x-2) = 5(x-1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 4x - 8 = 5x^2 - 5x - 10x + 10$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 18x + 18 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 81 - 72 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9 \pm 3}{4} = \begin{cases} 3 \\ 3/2 \end{cases}$$

$$V = \{3, 3/2\}$$

5. Los de vergelijking op ($k \in \mathbb{R}$ is een parameter):

- $x^2 - (k+1)x + 3k = 6 \Leftrightarrow x^2 - (k+1)x + 3k - 6 = 0$

$$\Delta = (k+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3k-6) = k^2 + 2k + 1 - 12k + 24$$

$$= k^2 - 10k + 25 = (k-5)^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{k+1 \pm (k-5)}{2} = \begin{cases} k-2 \\ 3 \end{cases}$$

$$V = \{k-2, 3\}$$

6. Bewijs dat de gegeven vergelijking voor geen enkele waarde van de parameter $m \in \mathbb{R}$ oplossingen heeft:

- $x^2 + (2m-1)x + m^2 - m + 1 = 0$

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 - m + 1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m - 4 = -3 < 0 \Rightarrow V = \emptyset$$

Voorbeeldoplossing toets tweedegraadsvergelijkingen (zonder GRM) – reeks B

1. Los deze twee eenvoudige tweedegraadsvergelijkingen op:

- $17x^2 + x + 631 = 0$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 17 \cdot 631 < 0$$

$$V = \emptyset$$

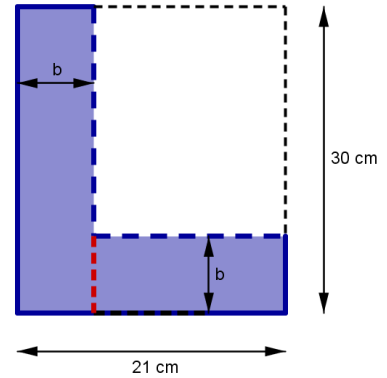
- $127x^2 + 913x = 0$

$$\Leftrightarrow x(127x + 913) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 127x + 913 = 0$$

$$V = \{0; -913/127\}$$

2. Jean moet de letter L uit een A4-blad knippen (A4: 21cm x 30cm). De oppervlakte van deze letter moet de helft van het A4-blad zijn. Stel de vergelijking op in standaardvorm die je zou toelaten de breedte van deze letter te berekenen.



De letter bestaat uit 2 rechthoeken (1 verticale, 1 horizontale). Zijn oppervlakte is dus: $L = (21 - b) \cdot b + 30 \cdot b = -b^2 + 51b$

Dit zou de helft moeten zijn van het A4-blad, dus $L = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 30 = 315$

De op te lossen vergelijking is dus $-b^2 + 51b = 315 \Leftrightarrow b^2 - 51b + 315 = 0$

3. Los de vergelijking op en schrijf de oplossingen in hun eenvoudigste vorm.

- $x^2 + 13 = 10x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 13 = 0$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = 48$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{10 \pm 4\sqrt{3}}{2} = \begin{cases} 5 + 2\sqrt{3} \\ 5 - 2\sqrt{3} \end{cases} \quad V = \{5 + 2\sqrt{3}, 5 - 2\sqrt{3}\}$$

4. Los de vergelijking op:

- $\frac{4}{x-1} + \frac{2x-1}{x+2} = 3$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$\Leftrightarrow 4(x+2) + (2x-1)(x-1) = 3(x-1)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 3 \\ -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4x + 8 + 2x^2 - 2x - x + 1 = 3x^2 - 3x + 6x - 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$V = \{3, -5\}$$

5. Los de vergelijking op ($k \in \mathbb{R}$ is een parameter):

- $x^2 - (k-1)x + 2k = 6 \Leftrightarrow x^2 - (k-1)x + 2k - 6 = 0$

$$\Delta = (k-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2k-6) = k^2 - 2k + 1 - 8k + 24$$

$$= k^2 - 10k + 25 = (k-5)^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{k-1 \pm (k-5)}{2} = \begin{cases} k-3 \\ 2 \end{cases}$$

$$V = \{k-3, 2\}$$

6. Bewijs dat de gegeven vergelijking voor elke waarde van de parameter $m \in \mathbb{R}$ twee oplossingen heeft:

- $x^2 + (2m-1)x + m^2 - m - 1 = 0$

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 - m - 1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m + 4 = 5 > 0 \Rightarrow \text{twee oplossingen!}$$