

## Voorbeeldoplossing toets: de cirkel (1)

1. Een rechte door een punt op een cirkel die loodrecht staat op de straal door dat punt is een raaklijn aan die cirkel. Bewijs deze stelling.

Theorie

2. Bereken de groottes van de aangeduide hoeken  $\widehat{FAE}$ ,  $\widehat{CFE}$ ,  $\widehat{BDC}$  en  $\widehat{AMB}$ .

$$\boxed{\widehat{AMB} = 68^\circ} \text{ (hoofdstelling)}$$

$$\widehat{AMD} = \widehat{BMC} = 112^\circ \text{ (supplementaire nevenhoeken)}$$

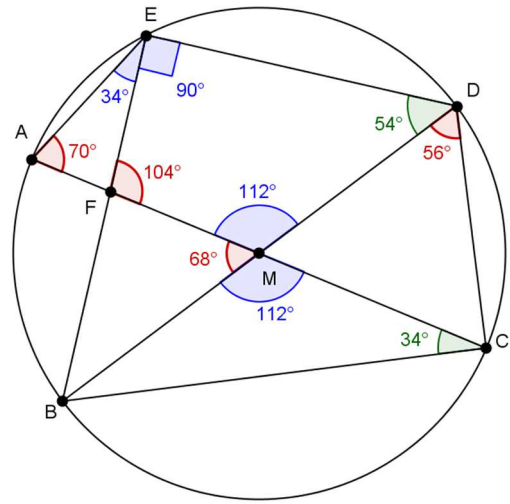
$$\boxed{\widehat{BDC} = 56^\circ} \text{ (hoofdstelling)}$$

$$\widehat{BED} = 90^\circ \text{ (OHC)}$$

$$\boxed{\widehat{CFE} = 104^\circ} \text{ (hoekensom vierhoek)}$$

$$\widehat{AEB} = 34^\circ \text{ (ODB)}$$

$$\boxed{\widehat{FAE} = 70^\circ} \text{ (buitenhoek)}$$



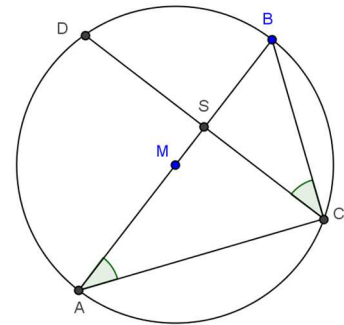
3. Een koorde  $[CD]$  staat loodrecht op een diameter  $[AB]$  van een cirkel.

Bewijs dat  $\widehat{BCD} = \widehat{CAB}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{CSB} = \widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (geg + OHC)} \\ \widehat{ABC} = \widehat{CBS} \text{ (gem)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CBS$$

$$\Downarrow$$

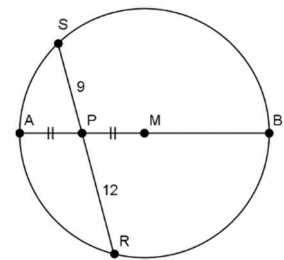
$$\widehat{BCS} = \widehat{CAB} \quad \square$$



4. Bereken de straal van deze cirkel.

Macht van  $P$  t.o.v.  $c$ :

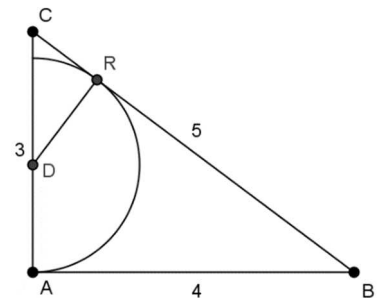
$$|PA| \cdot |PB| = |PS| \cdot |PR| \Leftrightarrow \frac{1}{2}r \cdot \frac{3}{2}r = 9 \cdot 12 \Leftrightarrow r^2 = 144 \Rightarrow \boxed{r = 12}$$



5. **(bonus)** In de rechthoekige driehoek  $\Delta ABC$  met  $|AB| = 4$  en  $|AC| = 3$  ligt een halve cirkel die door  $A$  gaat, waarvan de diameter op  $AC$  ligt, en die de zijde  $BC$  raakt. Bereken de straal van deze cirkel.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{DCR} = \widehat{BCA} \text{ (gem)} \\ \widehat{DRC} = \widehat{BAC} \text{ (geg + rkl)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta RDC$$

$$\Rightarrow \frac{|DR|}{|BA|} = \frac{|CD|}{|CB|} \Leftrightarrow \frac{r}{4} = \frac{3-r}{5} \Leftrightarrow 5r = 12 - 4r \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{4}{3}}$$



## Toets: de cirkel (⊙)

1. Een raaklijn aan een cirkel staat loodrecht op de straal door het raakpunt. Bewijs deze stelling.

Theorie!

2. Bereken de groottes van de aangeduide hoeken  $\widehat{FAE}$ ,  $\widehat{CFE}$ ,  $\widehat{BDC}$  en  $\widehat{AMB}$ .

$$\widehat{AMB} = 64^\circ \text{ (hoofdstelling)}$$

$$\widehat{AMD} = \widehat{BMC} = 116^\circ \text{ (supplementaire nevenhoeken)}$$

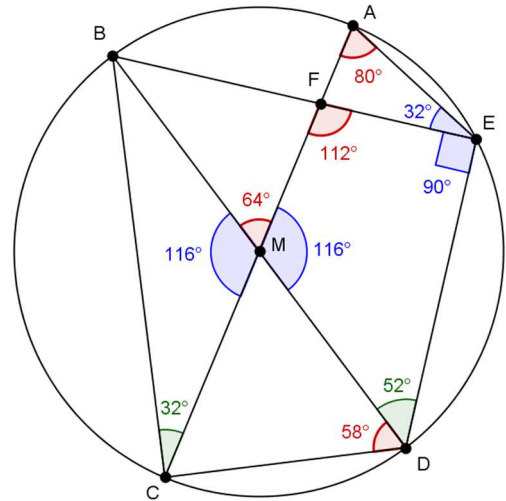
$$\widehat{BDC} = 58^\circ \text{ (hoofdstelling)}$$

$$\widehat{BED} = 90^\circ \text{ (OHC)}$$

$$\widehat{CFE} = 102^\circ \text{ (hoekensom vierhoek)}$$

$$\widehat{AEB} = 32^\circ \text{ (ODB)}$$

$$\widehat{FAE} = 70^\circ \text{ (buitenhoek)}$$

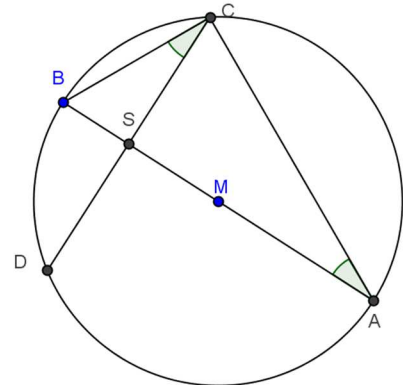


3. Een koorde  $[CD]$  staat loodrecht op een diameter  $[AB]$  van een cirkel. Bewijs dat  $\widehat{BCD} = \widehat{CAB}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{CSB} = \widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (geg + OHC)} \\ \widehat{ABC} = \widehat{CBS} \text{ (gem)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CBS$$

$$\downarrow$$

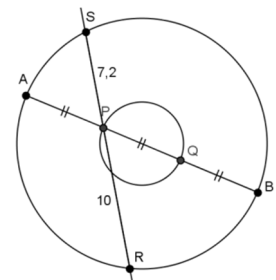
$$\widehat{BCS} = \widehat{CAB} \quad \square$$



4. Bereken de (lengte van de) diameter van deze cirkel.

Macht van  $P$  t.o.v.  $c$ :

$$|PA| \cdot |PB| = |PS| \cdot |PR| \Leftrightarrow \frac{1}{3}d \cdot \frac{2}{3}d = 7,2 \cdot 10 \Leftrightarrow d^2 = 324 \Rightarrow \boxed{d=18}$$



5. **(bonus)** In de rechthoekige driehoek  $\Delta ABC$  met  $|AB| = 4$  en  $|AC| = 3$  ligt een halve cirkel die door  $A$  gaat, waarvan de diameter op  $AB$  ligt, en die de zijde  $[BC]$  raakt. Bereken de straal van deze halve cirkel.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{MBR} = \widehat{ABC} \text{ (gem)} \\ \widehat{MRB} = \widehat{CAB} \text{ (geg + rkl)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta RBM$$

$$\Rightarrow \frac{|MR|}{|CA|} = \frac{|BM|}{|BC|} \Leftrightarrow \frac{r}{3} = \frac{4-r}{5} \Leftrightarrow 5r = 12 - 3r \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{3}{2}}$$

