Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

Leerkracht: Sven Mettepenningen

Logaritmische functies

1. Bereken zonder rekenmachine (★,★,★,★⋆,★,★,★★,★,★⋆):

   a) ${}^{2}\log\dfrac{1}{8}$ b) $2.{}^{5}\log\left(5\sqrt{5}\right)$ c) ${}^{\frac{1}{3}}\log\sqrt{27}$

   d) ${}^{3}\log\left(\dfrac{3.\sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{3}}\right)$ e) ${}^{4}\log\dfrac{\sqrt[3]{2}}{4}$ f) ${}^{8}\log 2\sqrt{2}$

   g) $\left({}^{3}\log 169\right)\left({}^{13}\log 243\right)$ h) $\dfrac{1}{{}^{2}\log 36}+\dfrac{1}{{}^{3}\log 36}$ i) ${}^{8}\log\left(\dfrac{\sqrt{32}}{16}\right)$

2. Bewijs de formules (★⋆,★★):

   a) ${}^{\frac{1}{b}}\log c={}^{b}\log\left(\dfrac{1}{a}\right).{}^{a}\log c$ b) ${}^{a^2}\log b.{}^{x^2}\log a=\dfrac{{}^{x}\log b}{4}$

3. ★★ Bepaal de inverse van de functie f met voorschrift $f(x)=4.\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x}-1\right]$.

4. Bereken a in de volgende uitdrukkingen (★,★,★⋆):

   a) ${}^{a}\log 225-2.{}^{a}\log 5={}^{9}\log 81$ b) ${}^{a}\log 27+3.{}^{a}\log 2=3$

   c) ${}^{a}\log 45-2.{}^{a}\log 3+{}^{a}\log 20=2$

5. ★★ Bepaal het domein van de functie $f(x)=\sqrt{{}^{1/2}\log x-2}$

6. Los op (★⋆,★★⋆,★★,★★):

   a) ${}^{3}\log(2x-1)+{}^{3}\log(x+1)=2$ b) $2.{}^{4}\log x+{}^{2}\log(x-4)=2+\dfrac{1}{2.{}^{x-3}\log\sqrt{2}}$

   c) ${}^{x}\log\left(x^2+3x-5\right)=2$ d) $2.\log x+1=\log(17x+6)$

7. Los op (★⋆,★★,★⋆):

   a) ${}^{3}\log(2x-5)>2$ b) ${}^{1/3}\log 4x<{}^{1/3}\log(x-1)-2$

   c) ${}^{2/3}\log(5-x)+2\leq 0$

8. ★★ Bereken $\dfrac{1}{{}^{2}\log 2017!}+\dfrac{1}{{}^{3}\log 2017!}+\dfrac{1}{{}^{4}\log 2017!}+\ldots+\dfrac{1}{{}^{2017}\log 2017!}$

9. ★ Bereken $\log 95^{-51}$ (schrijf je uitkomst in wetenschappelijke notatie).

10. ★★ Beredeneer dat het aantal cijfers waaruit een natuurlijk getal $n\in\mathbb{N}_0$ bestaat gelijk is aan $\lfloor\log n\rfloor+1$.

    Bereken dan met je rekenmachine uit hoeveel cijfers het getal 2^{2011} bestaat.

11. ★★★ Bewijs dat geldt: $\forall x, y \in \left]1,+\infty\right[:\ {}^{x}\log y + {}^{y}\log x > 2$.

12. Schrijf de volgende uitdrukking in functie van $\log x$, $\log y$ en $\log z$ (★⋆,★):

a) $\log\left(\dfrac{x^3.\sqrt[4]{10y^5}}{1000.z^2}\right)$ b) $\log\sqrt[3]{\dfrac{a^5c}{b^2}}$

13. ★⋆ Bij de tandarts wordt een patiënt ingespoten met xylocaïne, een verdovend middel. Daardoor voelt de patiënt plaatselijk voor een tijdje geen pijn meer. De concentratie xylocaïne bedraagt bij de inspuiting 80 ml/g (milliliter per gram), en neemt elke minuut af met 5%.

a) Stel het functievoorschrift op van de concentratie $C(t)$ xylocaïne in functie van de tijd.

b) Wat is de concentratie xylocaïne één minuut na de inspuiting? En wat één uur later? (op 0,001 ml/g).

c) Een patiënt begint terug pijn te voelen eens de concentratie xylocaïne minder dan 30 ml/g bedraagt. Hoe lang mag een ingreep maximaal duren opdat de patiënt geen pijn zou voelen tijdens de ingreep? Bereken dit exact (met behulp van logaritmen), en rond daarna je antwoord af op de seconde nauwkeurig.

14. ★★ Op "warme-truiendag" wordt om 7u 's morgens de verwarming uitgezet. Daardoor verliezen de klaslokalen uiteraard warmte, want het is buiten kouder dan binnen.

De binnentemperatuur wordt gegeven door de functie $T(t) = 8 + 10.(0,8)^t$, met t het tijdstip op de dag uitgedrukt in uur na het uitzetten van de verwarming ($t = 0$ correspondeert met 7u), en T uitgedrukt in °C.

a) Hoe warm is het in een lokaal op het moment dat de verwarming wordt uitgezet?

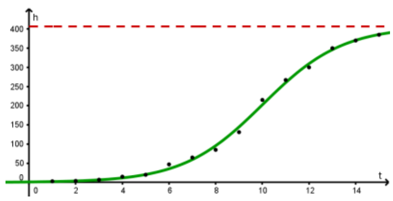
b) Hoe warm is het nog om 8u30 's morgens, als het eerste lesuur begint? *(rond af op 0,01°C).*

c) Vorm de formule om zodat het tijdstip gegeven wordt in functie van de temperatuur.

d) Bereken wanneer het nog amper 10°C zal zijn in een lokaal? *(rond af op de minuut)*.

15. ★★ Zonnebloemen zijn snelgroeiende planten die vaak worden gebruikt voor de productie van olie. Om zicht te krijgen op het groeiproces van zonnebloemen, worden regelmatig metingen gedaan. Bij een experiment is van een zonnebloem gedurende vijftien weken elke week de lengte gemeten. Het resultaat van deze metingen is hieronder met stippen weergegeven.

# weken	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
hoogte	1	3	4	7	15	20	47	65	85	131	215	267	300	350	370	385



De hoogte van de zonnebloem gedraagt zich duidelijk logistisch in functie van de tijd.

a) Voer met je rekenmachine een logistische regressie uit. Rond alle parameters af op 5 decimalen.

b) Hoe groot zal de zonnebloem maximaal worden volgens dit model? Rond af op 1 mm.

c) Bereken na hoeveel weken de exponentiële fase eindigt.

De exponentiële fase eindigt dus na ongeveer 10 weken. Dat kon je ook uit de tabel aflezen trouwens.

Veel succes!

Antwoorden (moeilijkheidsgraad ★: eenvoudig, ★★: gemiddeld, ★★★: lastig, ★★★★: erg moeilijk)

1.	a) -3 b) 3 c) $\frac{-3}{2}$ d) $\frac{17}{12}$ e) $\frac{-5}{6}$ f) $\frac{1}{2}$ g) 10 h) $\frac{1}{2}$ i) $\frac{-1}{2}$
2.	*Tip*: vorm beide leden om tot logaritmen met hetzelfde grondtal
3.	$f^{-1}(x)=\dfrac{{}^{\frac{2}{3}}\log\left(\frac{x}{4}+1\right)}{3}$
4.	a) $a=3$ b) $a=6$ c) $c=10$
5.	$dom\ f=\left]0,\frac{1}{4}\right]$
6.	a) $V=\{2\}$ b) $V=\{6\}$ c) $V=\{5/3\}$ d) $V=\{2\}$
7.	a) $V=]7,+\infty[$ b) $V=\left]1,\frac{9}{5}\right[$ c) $V=\left]-\infty,\frac{11}{4}\right]$
8.	1
9.	$1,3680.10^{-101}$
10.	Het getal 2^{2017} bestaat uit 608 cijfers.
11.	*Tip*: schrijf de logaritmen als Briggse logaritmen en breng alles naar één lid.
12.	a) $3\log x-+\frac{5}{4}\log y-2\log z-\frac{11}{4}$ b) $\frac{5}{3}\log a+-\frac{2}{3}\log b+\frac{1}{3}\log c$
13.	a) $C(t)=80.0,95^{t}$, met C in ml/g en t in minuten. b) $C(1)=80.0,95=76$ (ml/g) en $C(60)=80.0,95^{60}=3,686$ (ml/g) c) De operatie mag maximaal 19 minuten en 7 seconden duren.
14.	a) Het is om 7u 's ochtends 18°C. b) Om 8u30 is het al maar 15,16°C meer. c) $t={}^{0,8}\log\frac{T-8}{10}$ d) Om 14u13 zakt de temperatuur onder de 10°C.
15.	a) $h(t)\approx\dfrac{406,61943}{1+348,56734\,.\,e^{-0,58447.t}}$ b) De maximale grootte is ongeveer 406,6 cm. c) Als $t\approx10,016$, dus na ongeveer 10 weken.