



Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde


Leerkracht: Sven Mettepenningen

## Exponentiële functies

1. ★ Homer en Apu zetten op 1 januari 2007 elk exact €1000 op een lege rekening. Homer zijn bank biedt de volgende formule aan: elke maand komt er €20 bij (enkelvoudig). Apu spaart volgens een andere formule: elke maand komt er 1,5% bij (samengesteld).

Vul de tabel aan (*rond bedragen af tot op 1 eurocent*):

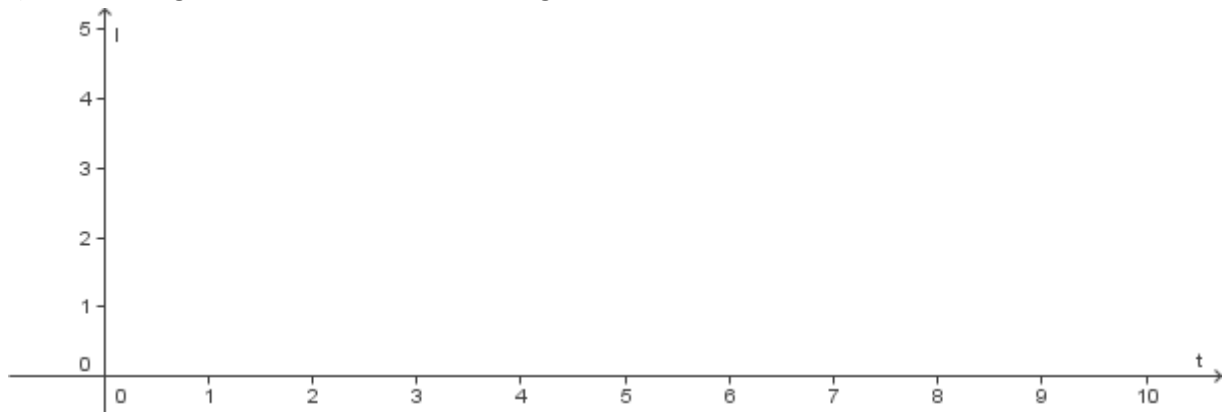
	Homer	Apu
1 januari 2007	1000	1000
1 februari 2007		
1 maart 2007		
1 januari 2008		
1 januari 2012		

- a) Stel de voorschriften op van beide kapitalen ( $K_H$  en  $K_A$ ) in functie van de tijd  $t$  (uitgedrukt in maanden na januari 2007).
- b) Wat is bij Apu de rentevoet op jaarbasis (*op 0,01% nauwkeurig*)?
- c) Bepaal grafisch () vanaf wanneer Apu meer dan Homer op zijn rekening zal staan hebben (*jaar en maand*).
2. ★ Bij een migraineaanval wordt de hoofdpijn (intensiteit) uitgedrukt op een schaal van 0 tot 5. Billy heeft een aanval waarbij zijn hoofdpijn gegeven wordt door de functie:

$$I(t) = 10 \cdot (2^{-t} - 2^{-4t}),$$

met  $t$  de tijd in uur na het begin van de aanval (16u), en  $I$  de intensiteit van de hoofdpijn. Beantwoord volgende vraagjes met behulp van je rekenmachine. Rond tijdstippen af op de minuut nauwkeurig, en intensiteit op 0,001 nauwkeurig.

- a) Schets de grafiek van de functie  $T$  in volgend assenstelsel:

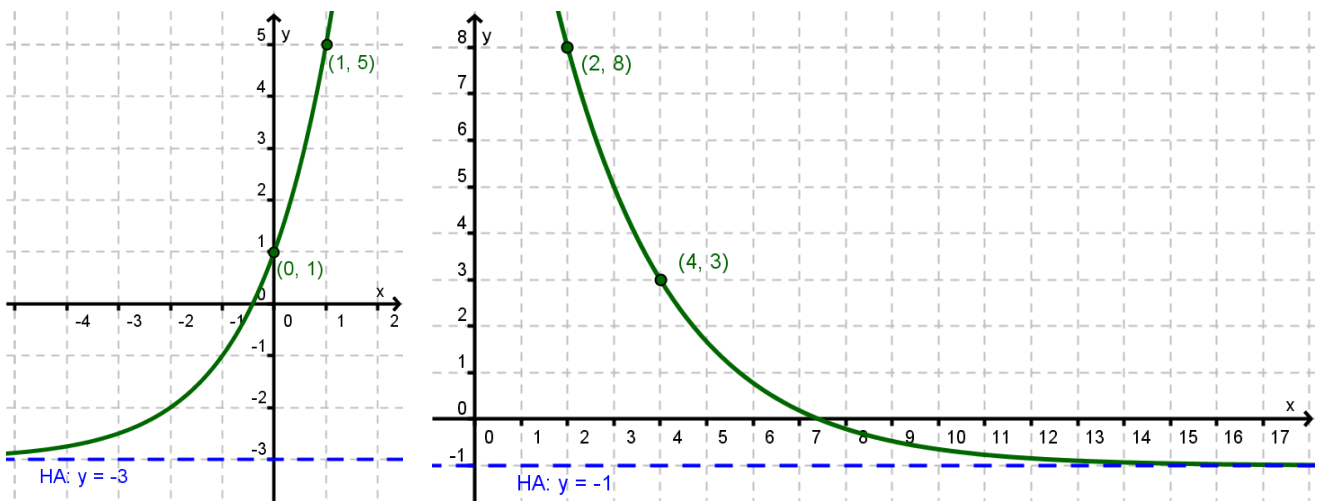


- b) Wanneer bereikte de aanval zijn hoogtepunt?
- c) Wat was de intensiteit van Billy's hoofdpijn om 20u 's avonds (4u na het begin van de aanval)?
- d) Deskundigen noemen hoofdpijn van intensiteit meer dan 3 onwerkbaar. Hoelang verkeerde Billy in deze toestand?

3. ★ Bij een speciale bloedziekte (amyloidose) beginnen proteïnen in het bloed te muteren, waardoor ze zich gaan opstapelen in organen. Men is te weten gekomen dat eens je de ziekte hebt, er elke maand 2% meer proteïnen gemuteerd raken. Het aantal gemuteerde proteïnen in iemand zijn bloed beschrijft dus een exponentiële functie.

- Wat is de gegeven groefactor per maand ( $a_{\text{maand}}$ )?
- Met hoeveel % neemt het aantal gemuteerde proteïnen toe per jaar?
- Patiënt Robert heeft nu 10000 gemuteerde proteïnen. Hoeveel proteïnen zullen er gemuteerd zijn binnen 3 jaar?

4. ★★ Stel het functievoorschrift op van de functies waarvan je hier de grafiek ziet afgebeeld. Het betreft functies van de vorm:  $f(x) = c + b \cdot a^x$ . Gebruik enkel de gegevens die je ziet aangeduid op de grafiek.



5. ★★ Het aantal mensen op Aarde wordt weergegeven in volgende tabel: tabel:

<b>Jaartal (in jaren na 1900)</b>	29	56	74	88	100	111
<b>Miljard mensen</b>	2	3	4	5	6	7

- Als we ervan uitgaan dat deze groei exponentieel is, stel dan met behulp van een exponentiële regressie een functievoorschrift op van de vorm  $N(t) = N_0 \cdot a^t$  (rond alle parameters af op 5 decimalen).
- Hoeveel zal de populatie op Aarde volgens dit model bedragen in 2100?

6. Los de exponentiële vergelijkingen op (★★★, ★, ★★, ★★, ★★):

- $\sqrt{3^x} \cdot 3^{x^2+4} = 9^{x+2}$
- $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+3} - \frac{3}{2} = 0$
- $2^{x+3} = 16^{x-3}$
- $3^{2x-4} - 10 \cdot 3^{x-3} + 1 = 0$
- $125^x - 31(5^x - 1) \cdot 5^{x-1} = 1$
- $\frac{3^{3x+2} - 6 \cdot (3^{x+2} - 1) - 9^{x+1}}{3^x - 1} = 3^x$

7. Los de exponentiële ongelijkheden op (★★, ★★★, ★★, ★★):

- $7^{3x-1} - 7^{x+3} \geq 0$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x-1}{x-4}} \geq 25$
- $2^{3x-x^2} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x}$
- $9^{-x} < \frac{2+3^{x+1}}{3^x}$

8. ★★★ Bewijs dat vergelijkingen van het type  $f(x)^{g(x)} = 1$  uiteenvallen in 3 mogelijke gevallen.

Gebruik dit om deze vergelijking op te lossen:  $(x^2 + x - 1)^{x-3} = 1$ .

1.	<p>a) <math>K_H = 1000 + 20t</math> (lineaire groei), <math>K_A = 1000 \cdot 1,015^t</math> (exponentiele groei)</p> <p>b) De jaarlijkse rentevoet is ongeveer 19,56%.</p> <p>c) Na 3 jaar en 2 maanden (ervan uitgaande dat de interest er op het einde van de maand bij komt).</p>	
2.	<p>a) Zie rechts</p> <p>b) Om 16u40</p> <p>c) <math>I \approx 0,624847</math></p> <p>d) Ongeveer 1u29'23"</p>	
3.	<p>a) <math>a_{\text{maand}} = 1,02</math></p> <p>b) Een toename met ongeveer 26,82%.</p> <p>c) Na 3 jaar zijn ongeveer 20399 proteïnen gemuteerd.</p>	
4.	<p><math>f(x) = -3 + 4 \cdot 2^x</math> (links) en <math>f(x) = -1 + \frac{81}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x</math> (rechts)</p>	
5.	<p>a) <math>N(t) \approx 1,27644 \cdot 1,01554^t</math></p> <p>b) In 2100 zullen er 27,865 miljard mensen zijn volgens dit model.</p>	
6.	<p>a) <math>V = \left\{0, \frac{3}{2}\right\}</math></p> <p>b) <math>V = \left\{-\frac{7}{2}\right\}</math></p> <p>c) <math>V = \{5\}</math></p> <p>d) <math>V = \{1, 3\}</math></p> <p>e) <math>V = \{0, 1, -1\}</math></p> <p>f) <math>V = \{1, -2\}</math></p>	
7.	<p>a) <math>V = [2, +\infty[</math></p> <p>b) <math>V = [3, 4[</math></p> <p>c) <math>V = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]</math></p> <p>d) <math>V = ]-1, +\infty[</math></p>	
8.	<p><math>V = \{1, -2, 3, -1\}</math></p>	