

Limieten van functies

1. Bereken de volgende limieten:

a) $\star \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + x^4 - 2x^2)$

b) $\star \lim_{x \rightarrow 4} (2x^2 - x + 1)$

c) $\star \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+1}{2x-1}$

d) $\star \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 6x^2 + 4x + 5}{6x - x^2 - 5}$

e) $\star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{3+x}$

f) $\star \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x}{2x+6}$

g) $\star \star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x+2)^5}{(2x-1)^2 (1-3x)^3}$

h) $\star \star \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x - 1}}{\sqrt{4x^2 + 3x - 2x}}$

i) $\star \star \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+10} + 2x + 2}{x^4 + 7x - 2}$

j) $\star \star \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 + x - 1} - 3x$

k) $\star \star \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1 - \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x+3} - 3x+1}$

l) $\star \star \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4-x} - \sqrt{1-x})$

2. Bepaal de asymptoten van volgende functies:

a) $\star \star \star f(x) = \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x}$

b) $\star \star f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 3} + x - 2$

c) $\star \star \star f(x) = \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} - 2x$

3. $\star \star$ Leerlingen denken soms ten onrechte dat de grafiek van een functie een asymptoot nooit kan snijden.

Toon aan dat dit onjuist is door de snijpunten te berekenen van de grafiek van $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}}{x}$ met haar horizontale asymptoot.

4. $\star \star \star$ Als $a \in \mathbb{R}_0^+$ en $b, c \in \mathbb{R}$, dan heeft de functie $f(x) = \sqrt{a^2 x^2 + bx + c} - ax$ altijd een horizontale en een schuine asymptoot. Bepaal hun vergelijking.5. $\star \star$ Bewijs dat elke veelterm van oneven graad minstens één nulpunt heeft.6. $\star \star$ Bespreek de continuïteit van de functie $f(x) = \left\lfloor \frac{2}{x^2 + 1} \right\rfloor$ 7. De functie $f(x) = 2^{2x} - 4x^2 - 7$ heeft een nulpunt in het interval $[0, 4]$.a) \star Bewijs dit met behulp van de stelling van Bolzano.b) $\star \star$ Bereken het nulpunt met het algoritme van Bolzano (startend met $a = 0$ en $b = 4$).

1.	<p>a) $+\infty$</p> <p>b) 29</p> <p>c) 3</p> <p>d) $-19/4$</p>	<p>e) 4</p> <p>f) $LL = -\infty$ en $RL = +\infty$</p> <p>g) $-9/4$</p> <p>h) $-1/2$</p>	<p>i) $-11/100$</p> <p>j) $1/6$</p> <p>k) $-16/33$</p> <p>l) 0</p>
2.	<p>a) V.A.: $x = 0$ en H.A.: $y = 1$ als $x \rightarrow +\infty$</p> <p>b) H.A.: $y = -5$ als $x \rightarrow -\infty$ en S.A.: $y = 2x + 1$ als $x \rightarrow +\infty$</p> <p>c) H.A.: $y = -1$ als $x \rightarrow \pm\infty$</p>		
3.	De snijpunten zijn $A(-1,1)$ en $B(1,1)$.		
4.	S.A.: $y = -2ax - \frac{b}{2a}$ als $x \rightarrow -\infty$ en H.A.: $y = \frac{b}{2a}$ als $x \rightarrow +\infty$		
5.	Tip: bekijk het gedrag op $+\infty$ en $-\infty$ en gebruik de stelling van Bolzano.		
6.	<p>De functie is overall continu, behalve:</p> <ul style="list-style-type: none"> • In 0 is ze discontinu • In 1 is ze enkel linkscontinu • In -1 is ze enkel rechtscontinu 		
7.	<p>a) Ga na dat de stelling voldoet aan alle voorwaarden van de stelling van Bolzano in dat interval.</p> <p>b) Het nulpunt vind je bij de derde stap en is gelijk aan 2,5.</p>		