Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

Leerkracht: Sven Mettepenningen

Matrices

1. ★ Stel de (4×3)-matrix A op die voldoet aan $a_{ij}=2i-j$.

2. ★⋆ Bewijs dat de matrix $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$ een nuldeler is.

3. ★★⋆ Bepaal alle mogelijke matrices A van de vorm $\begin{bmatrix} 2 & a \\ b & c \end{bmatrix}$, met $a,b,c\in\mathbb{R}$, waarvoor geldt dat:

   $\left(A-A^T\right)^2=O$ en $A^2=5.I_2$.

4. ★ Bepaal de parameters $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ zodat de matrix $M=\begin{bmatrix} 0 & -2 & c-4b \\ b+1 & 3a & d \\ d^2 & b-3 & 0 \end{bmatrix}$ scheefsymmetrisch is.

5. ★⋆ Bepaal alle matrices X die voldoen aan de vergelijking $3\left(X+2.I_2\right)=A^2$, als $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

6. ★ Bepaal de dimensie van A, B en C als je weet dat $M\in\mathbb{R}^{2\times 4}$, $N\in\mathbb{R}^{3\times 4}$ en $\left(A.M^T+B\right).C=N$.

7. ★⋆ Robert en Bertrand hebben beiden een stappenteller gekregen. Ze houden allebei bij hoeveel stappen ze dagelijks zetten gedurende een week. Die gegevens kunnen weergegeven worden in volgende matrix S:

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{ccccccc} \text{ma} & \text{di} & \text{wo} & \text{do} & \text{vr} & \text{za} & \text{zo} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{Robert} \rightarrow \\ \text{Bertrand} \rightarrow \end{array} & \begin{bmatrix} 3124 & 2322 & 1526 & 2215 & 2589 & 2552 & 9811 \\ 1244 & 1255 & 2325 & 1255 & 3255 & 8411 & 1898 \end{bmatrix} = S \end{array}$$

   a) Stel een matrix V op zodat je in $S.V$ kan aflezen hoeveel stappen Robert en Bertrand deden op vrijdag.
   b) Stel een matrix W op zodat je in $S.W$ kan aflezen hoeveel stappen ze deden tijdens het weekend.
   c) Stel een matrix T op zodat je in $T.S$ kan aflezen hoeveel stappen ze samen deden per dag.
   d) Stel een matrix G op zodat je in $S.G$ kan aflezen hoeveel stappen ze gemiddeld deden die week.

8. ★ Een leerling lost een matrixvergelijking op. Schrijf bij elke stap op welke eigenschap er gesteund wordt:

$$\begin{aligned} X &= 3.(2A+B)+C.(I+D) \\ &= 3.(2A)+3B+C.(I+D) \\ &= 3.(2A)+3B+C.I+C.D \\ &= 6A+3B+C.I+C.D \\ &= 6A+3B+C+C.D \end{aligned}$$

Veel succes!

Antwoorden (moeilijkheidsgraad ★: eenvoudig, ★★: gemiddeld, ★★★: lastig, ★★★★: erg moeilijk)

1.	$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 3 & 2 & 1\\ 5 & 4 & 3\\ 7 & 6 & 5\end{bmatrix}$
2.	Omdat bijvoorbeeld $\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 6\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$
3.	$A_1=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ en $A_2=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & -2\end{bmatrix}$
4.	$a=0, b=1, c=0, d=2$
5.	$X=\begin{bmatrix}-\frac{5}{3} & 0\\ \frac{2}{3} & -\frac{5}{3}\end{bmatrix}$
6.	$A\in\mathbb{R}^{3\times 4}$, $B\in\mathbb{R}^{3\times 2}$ en $C\in\mathbb{R}^{2\times 4}$
7.	$V=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}$, $W=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\1\\1\end{bmatrix}$, $T=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$ en $G=\frac{1}{7}\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/7\\1/7\\1/7\\1/7\\1/7\\1/7\\1/7\end{bmatrix}$
8.	• distributiviteit van het scalair product t.o.v. de som van matrices • linksdistributiviteit van het product t.o.v. de som van matrices • gemengde associativiteit van het scalair product • het neutraal element van het matrixproduct is de eenheidsmatrix