



Óscar Romero College

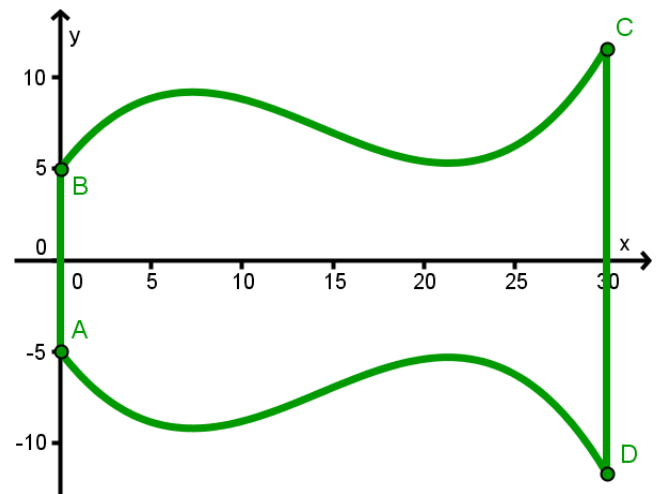
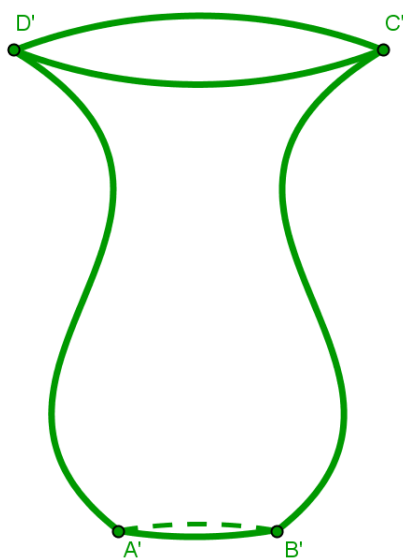
Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

Leerkracht: Sven Mettepenningen

Veeltermen en rationale functies

1. ★ (■) Een wiskundige heeft een mal voor een vaas geproduceerd aan de hand van een veeltermfunctie. De vaas zie je op de linkse figuur. Op de rechtse figuur is in een assenstelsel een verticale dwarsdoorsnede onder een hoek van 90° gedraaid ten opzichte van figuur 2. De binnenkant van de vaas is symmetrisch ten opzichte van de x -as. De lijnstukken $[AB]$ en $[CD]$ zijn diameters van de cirkelvormige onder- en bovenkant van de vaas.



Het gedeelte BC van de doorsnede op de rechtse figuur is de grafiek van de veeltermfunctie f met voorschrift $f(x) = 0,0028x^3 - 0,12x^2 + 1,3x + 5$. Hierbij zijn x en $f(x)$ uitgedrukt in centimeter.

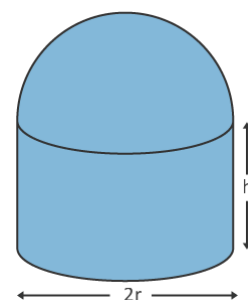
- Bereken de diameter $|CD|$ van de bovenkant van de vaas (je weet dat de vaas 30 cm hoog is).
 - Geef de diameter van de dikste bos bloemen die nog net door het smalle deel van de vaas kan.
 - De dikte van de vaas – horizontaal gemeten – is steeds 0,5 cm. In figuur 3 staan de binnenzijden van de vaas getekend. Geef de formules van de twee buitenzijden van de vaas.
2. ★ Bepaal een veeltermfunctie van de 3^e graad waarvan de grafiek de x -as snijdt in punt $P(-4,0)$, de x -as raakt in punt $Q(2,0)$ en de y -as snijdt in punt $R(0,6)$.
3. ★★★ Bepaal $a, b \in \mathbb{R}$ zodat de veelterm $x^4 + 2x^2 + 9$ deelbaar is door de veelterm $x^2 + ax + b$.
4. ★★★ Gegeven is de vergelijking met parameter $k \in \mathbb{R}$: $x^4 + 2x^3 - 17x^2 + kx + 72 = 0$.
- Bepaal k zodat de vergelijking vier verschillende wortels heeft waarvoor geldt $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$.
 - Los de vergelijking op voor die waarde van de parameter k .

5. ★★★ Bepaal de reële getallen a en b , en de wortels van de vergelijking $x^4 + x^3 - 12x^2 + ax + b = 0$, als je weet dat deze vergelijking twee wortels heeft waarvan het product 2 is, terwijl de andere wortels een som hebben gelijk aan 2.

6. ★ Gegeven is de functie $f(x) = \frac{12-x-x^2}{x+6}$. De grafiek ervan snijdt de x -as in A en B en de y -as in punt C . Bepaal de oppervlakte van de driehoek $\triangle ABC$.

7. ★★★ De grafiek van de homografische functie $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ snijdt de x -as in punt A , de y -as in punt B , en haar asymptoten snijden elkaar in punt S . Bewijs dat de verschillende punten A, B en S collineair zijn als en slechts als $2ad - bc = 0$.

8. ★★ Een oliekan moet een inhoud hebben van 1000cm^3 . Ze moet de vorm hebben van een cilinder met vlakke bodem maar langs boven begrensd door een halve bol. Wat moeten de afmetingen van deze oliekan zijn opdat er zo weinig mogelijk materiaal moet gebruikt worden (dus een zo klein mogelijk oppervlakte)? De dikte van het gebruikte materiaal mag verwaarloosd worden.



9. ★★ Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{3x^2 + 7x + 2}$.
- De grafiek van deze functie is geperforeerd. Bepaal het perforatiepunt.
 - Bepaal alle asymptoten van deze functie en de ligging van de grafiek ten opzichte van deze asymptoten.

10. ★★ Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 7}{x + 3}$.

Bewijs dat het snijpunt van de asymptoten van deze functie een symmetriemiddelpunt is voor deze functie.

11. ★ Los de ongelijkheid op: $\frac{2x+1}{x^2-4} \leq \frac{x-1}{4}$.

12. Gegeven zijn de functies $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$, met parameters $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- ★ Voor welke waarden van de parameters zal f de x -as als horizontale asymptoot hebben, en de y -as snijden in punt $(0,3)$.
- ★ Voor welke waarden van de parameters zal f de rechte $h \leftrightarrow y = 4$ als horizontale asymptoot hebben en door het punt $P(2,5)$ gaan.
- ★★★ Voor welke waarden van de parameters zal f de rechte $s \leftrightarrow y = 2x + 8$ als schuine asymptoot hebben en de x -as raken.

Veel succes!

1.	<p>a) De diameter bedraagt 23,2 cm</p> <p>b) Ongeveer 10,62 cm dik</p> <p>c) Functies $g_1(x) = 0,0028x^3 - 0,12x^2 + 1,3x + 5,5$ en $g_2(x) = -0,0028x^3 + 0,12x^2 - 1,3x - 5,5$</p>
2.	$f(x) = \frac{3}{8}(x+4)(x-2)^2$
3.	$a = 2$ of $a = -2$ en $b = 3$
4.	$k = -18$ en de wortels zijn dan $-3, 2, -4$ en 3
5.	$a = -28, b = -16$ en de wortels zijn dan $-1, -2, 4$ en -2
6.	$S_{\triangle ABC} = 7$
7.	De coördinaten van de punten zijn $A\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$, $B\left(0, \frac{b}{d}\right)$ en $S\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$
8.	De kan moet ongeveer 11,52 cm breed zijn, en 5,76 cm hoog. (Dus $2r = 11,52$ en $h = 5,76$).
9.	$P\left(-2, -\frac{9}{5}\right)$, $v \leftrightarrow x = -1/3$ en $s \leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{9}$
10.	$S(-3, -7)$ is het symmetriemiddelpunt. Gebruik dan de definitie van symmetriemiddelpunt.
11.	$V = [-3, -2[\cup [0, 2[\cup [4, +\infty[$
12.	<p>a) $a = b = 0, c = -3$</p> <p>b) $a = 0, b = 4, c = -3$</p> <p>c) $a = 2, b = 6, c = \frac{9}{2}$</p>