Zelfstudieopdracht: matrices – terminologie en bewerkingen

Verwerk zelfstandig de zeer eenvoudige leerstof over matrixrekenen. Waar het kan mag je bij berekeningen uiteraard je rekenmachine gebruiken. Veel succes!

1.1. Definities: boek blz. 8

Voorbeeldoefening: K is een 2×3-matrix waarvoor geldt dat $k_{ij} = j^i$. Schrijf deze matrix voluit.

$$K = \begin{bmatrix} 1^1 & 2^1 & 3^1 \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

Maak oefeningen blz. 18: 1, 2a

1.2. Bijzondere matrices: boek blz. 9-11

Maak oefeningen blz. 18: 3

1.3. – 1.5. Matrices transponeren, optellen en vermenigvuldigen met een reëel getal: boek blz. 11-13

Maak oefeningen blz. 18: 4ab, 5, 6acdf

1.6 Matrices vermenigvuldigen: boek blz. 14-16 + inleidend voorbeeld (*zie onder*)

Vind je een product van twee matrices uitrekenen nog steeds lastig, bekijk dan zeker eens het filmpje https://www.youtube.com/watch?v=kuixY2bCc_0 op YouTube (Engels).

Maak oefeningen blz. 19: 7bei, 8, 15, 16c, 28 (maak uiteraard eerst die uit het inleidend voorbeeld)

1.7. Macht van een matrix: boek blz. 16

Maak oefening 17

Inleidend voorbeeld over de vermenigvuldiging van matrices

Een verbruikersvereniging voert als promotie de volgende actie:

Voor ieder nieuw lid bepaalt men welk warenhuis het voordeligste is voor de wekelijkse aankopen. Een studie heeft aangetoond dat het niet het voordeligste is om in elk warenhuis de goedkoopste producten te kopen want ook de verplaatsing naar de verschillende warenhuizen moet in rekening worden gebracht. Hiervoor heeft de vereniging de prijzen van een groot aantal basisproducten in verschillende warenhuizen bij elkaar gebracht. Die kunnen in een matrix P worden bijgehouden.

Hier is een voorbeeld voor een deel van de gegevens:

$$\begin{array}{r} \text{Dellijs} \rightarrow \\ \text{Zjeebee} \rightarrow \\ \text{Karfoer} \rightarrow \\ \text{Kolruit} \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} 1{,}50 & 0{,}80 & 2{,}00 & 10{,}95 & 9{,}50 \\ 1{,}40 & 0{,}90 & 1{,}90 & 10{,}00 & 11{,}25 \\ 1{,}65 & 0{,}85 & 1{,}85 & 10{,}65 & 10{,}00 \\ 1{,}35 & 0{,}95 & 1{,}65 & 11{,}70 & 11{,}65 \end{bmatrix} = P$$

Kolommen: Aardappelen (in €/kg), Wortelen (in €/kg), Brood (in €/stuk), Pils (in €/bak), Kaas (in €/kg)

In realiteit gaat het uiteraard om veel meer producten en veel meer warenhuizen.

Bij de inschrijving als nieuw lid van de verbruikersvereniging kan je doorgeven hoeveel je per week van deze basisproducten verbruikt. Men rekent dan op basis van jouw gegevens uit welk warenhuis voor deze aankopen het goedkoopste is.

Als voorbeeld bekijken we twee gezinnen:

Gezin Peeters:

$$\begin{array}{l} \text{3 kg aardappelen} \\ \text{2 kg wortelen} \\ \text{10 broden} \\ \text{0,8 bak pils} \\ \text{0,5 kg kaas} \end{array} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 10 \\ 0{,}8 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} = V_P$$

Gezin Janssens:

$$\begin{array}{l} \text{2,5 kg aardappelen} \\ \text{1 kg wortelen} \\ \text{8 broden} \\ \text{0 bakken pils} \\ \text{0,6 kg kaas} \end{array} \begin{bmatrix} 2{,}5 \\ 1 \\ 8 \\ 0 \\ 0{,}6 \end{bmatrix} = V_J$$

1. Hoeveel zou gezin Peeters per week uitgeven in warenhuis Dellijs?

2. Welk warenhuis zou jij gezin Peeters aanbevelen?

3. Schrijf de uitgaven voor het gezin Peeters per warenhuis in een kolommatrix:

$$\begin{array}{r} \text{Dellijs} \rightarrow \\ \text{Zjeebee} \rightarrow \\ \text{Karfoer} \rightarrow \\ \text{Kolruit} \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} = U_P$$

We noemen deze uitgavenmatrix U_P de vermenigvuldiging van de 'prijzenmatrix' P met de verbruiksmatrix V_P van de familie Peeters. We noteren dus $U_P = P \, . V_P$.

4. Herhaal deze werkwijze nu ook voor het gezin Janssens.

We kunnen de uitgavenmatrices en verbruiksmatrices ook in één matrix samenvoegen. Beide berekeningen van de vermenigvuldiging van een matrix met een kolommatrix geven zo de productberekening van twee matrices:

$$\begin{bmatrix} 1{,}5 & 0{,}8 & 2 & 10{,}95 & 9{,}5 \\ 1{,}4 & 0{,}9 & 1{,}9 & 10 & 11{,}25 \\ 1{,}65 & 0{,}85 & 1{,}85 & 10{,}65 & 10 \\ 1{,}35 & 0{,}95 & 1{,}65 & 11{,}7 & 11{,}65 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 & 2{,}5 \\ 2 & 1 \\ 10 & 8 \\ 0{,}8 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{bmatrix} \quad (P \, . V = U)$$

5. Beantwoord kort volgende vraagjes:

a) Wat is de betekenis van het element U_{32} ?

(het getal op de derde rij in de tweede kolom van de uitgavenmatrix U)

b) Hoe heb je dit berekend?

c) Kan je dit ook verwoorden in matrixnotatie?

6. Bereken op dezelfde manier het product $A \, . B$ als $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ en $B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

7. Wat moeten de dimensies van matrix C zijn opdat het product $B \, . A \, . C$ (met A en B zoals uit vraag 6) zou gedefinieerd zijn. Wat zijn dan de dimensies van de uitkomst?