Voorbeeldvragen voor het examen wiskunde in december

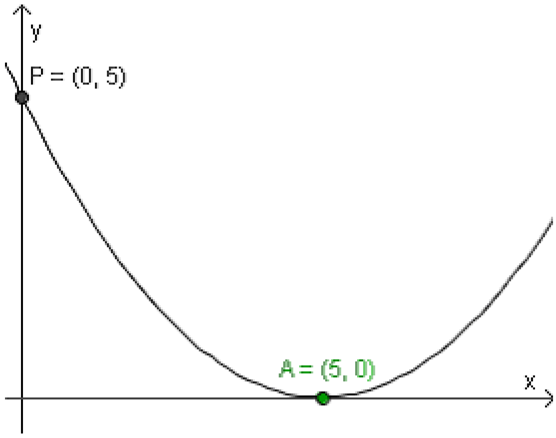
OPMERKING: *Deze vragen worden zeker niet op het examen gesteld, ze geven enkel een indicatie van de te verwachten moeilijkheidsgraad. Het is een selectie van vragen die de voorbije jaren werden gesteld. Ga ervan uit dat als je deze vragen kan oplossen, je dan ook geen problemen zal hebben met het examen zelf. Veel succes!*

1. Gegeven een parabool $P \leftrightarrow y = a\left(x-\alpha\right)^2 + \beta$, met $a \in \mathbb{R}_0$ en $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Antwoord kort, maar zo correct mogelijk op de volgende vragen:
   - Welke transformatie ondergaat de parabool als je het getal α verkleint?
   - Vul aan: $f\left(\alpha\right) = ...$ Verklaar dit resultaat.
   - Bepaal het snijpunt van deze parabool met de y-as.
   - Voor welke waarden van a, α en β heeft P twee verschillende snijpunten met de x-as?
   - Voor welke waarden van a, α en β is P een dalparabool die symmetrisch is tov de y-as?

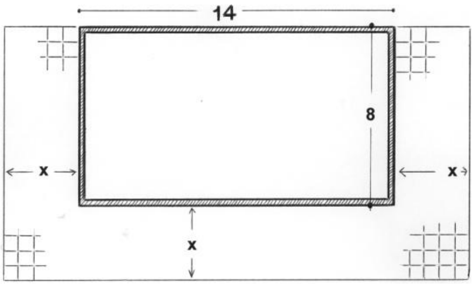
2. Los de vergelijking op: $\left(a^2 - a\right)x^2 + x - \left(a^2 + a\right) = 0$, met $a \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$

3. Ontbind in factoren: $2x^2 + (3a+1)x + a^2 - 1$ (, met $a \in \mathbb{R}$).

4. De grafiek van een tweedegraadsfunctie snijdt de y-as in het punt $P\left(0,5\right)$, en raakt de x-as in het punt $A\left(5,0\right)$. Stel het functievoorschrift op van deze functie.



5. Een woning in de vorm van een rechthoek is 14m lang en 8m breed. Langs de twee korte zijden en één lange zijde wil men een terras aanleggen met overal dezelfde breedte x (zie figuur). De betegeling kost € 50 per m². De bouwheer beschikt over een budget van €7500. Wat is de maximum breedte die de bouwheer zich kan veroorloven? Bereken deze breedte tot op de centimeter nauwkeurig.



6. Bereken de snijpunten van de parabolen $\begin{cases} P_1: & y = x^2 \\ P_2: & y = 2x^2 - 2x - 6 \end{cases}$

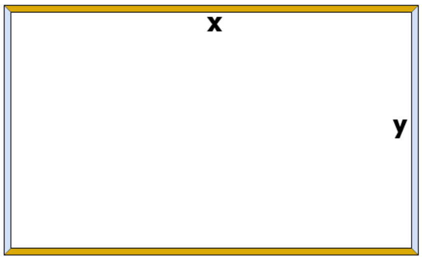
Schrijf de coördinaten zo eenvoudig mogelijk in hun exacte vorm.

7. Bepaal alle $x \in \mathbb{R}$, waarvoor geldt dat: $3x \le (x+1)(3x-4) \le 6$

8. Beschouw de verzameling parabolen $y = -2x^2 + 4mx - 6$, afhankelijk van de parameter $m \in \mathbb{R}$.
   a) Teken met je rekenmachine deze parabolen met m achtereenvolgens gelijk aan 0, 1, 2, 3 en 4. Welk punt hebben al deze parabolen ogenschijnlijk gemeen? Bewijs je antwoord!
   b) Voor welke m gaat de parabool door het punt $P(5,8)$?
   c) Bewijs dat het product van de nulpunten onafhankelijk is van de waarde van m.
   d) Als één van de nulpunten gelijk is aan -2, wat is dan het andere nulpunt?
   e) Voor welke m ligt de parabool volledig onder de x-as?
   f) Voor welke m ligt de parabool volledig boven de x-as?
   g) Voor welke m is de y-coördinaat van de top gelijk aan de x-coördinaat?

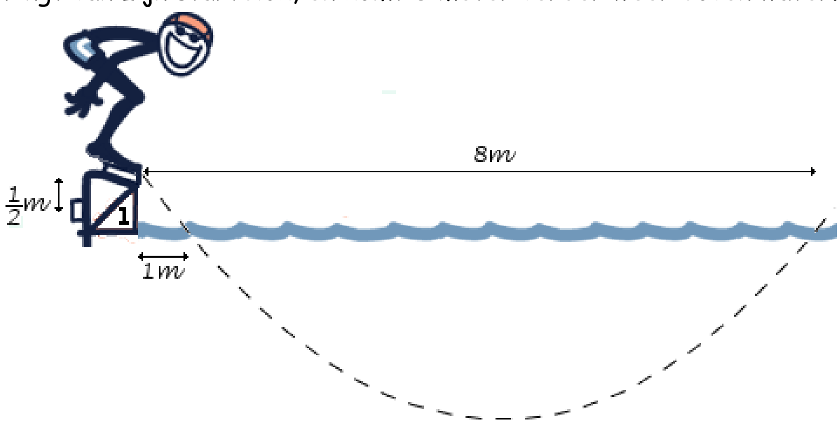
9. Een juwelier vervaardigt een rechthoekig kadertje waarvan twee overstaande zijden (lengte x) gemaakt zijn van goud, en de andere twee (lengte y) van zilver.

   De gouden staafjes kosten 100 €/cm, de zilveren staafjes kosten 75 €/cm.



   - Toon aan dat, als je over een budget beschikt van € 1500, de oppervlakte van het kadertje gegeven wordt door $S = -\frac{4}{3}x^2 + 10x$, met dus x de lengte van de gouden staafjes.
   - Wat is de maximale oppervlakte die je je kan veroorloven? Bij welke afmetingen is dit?

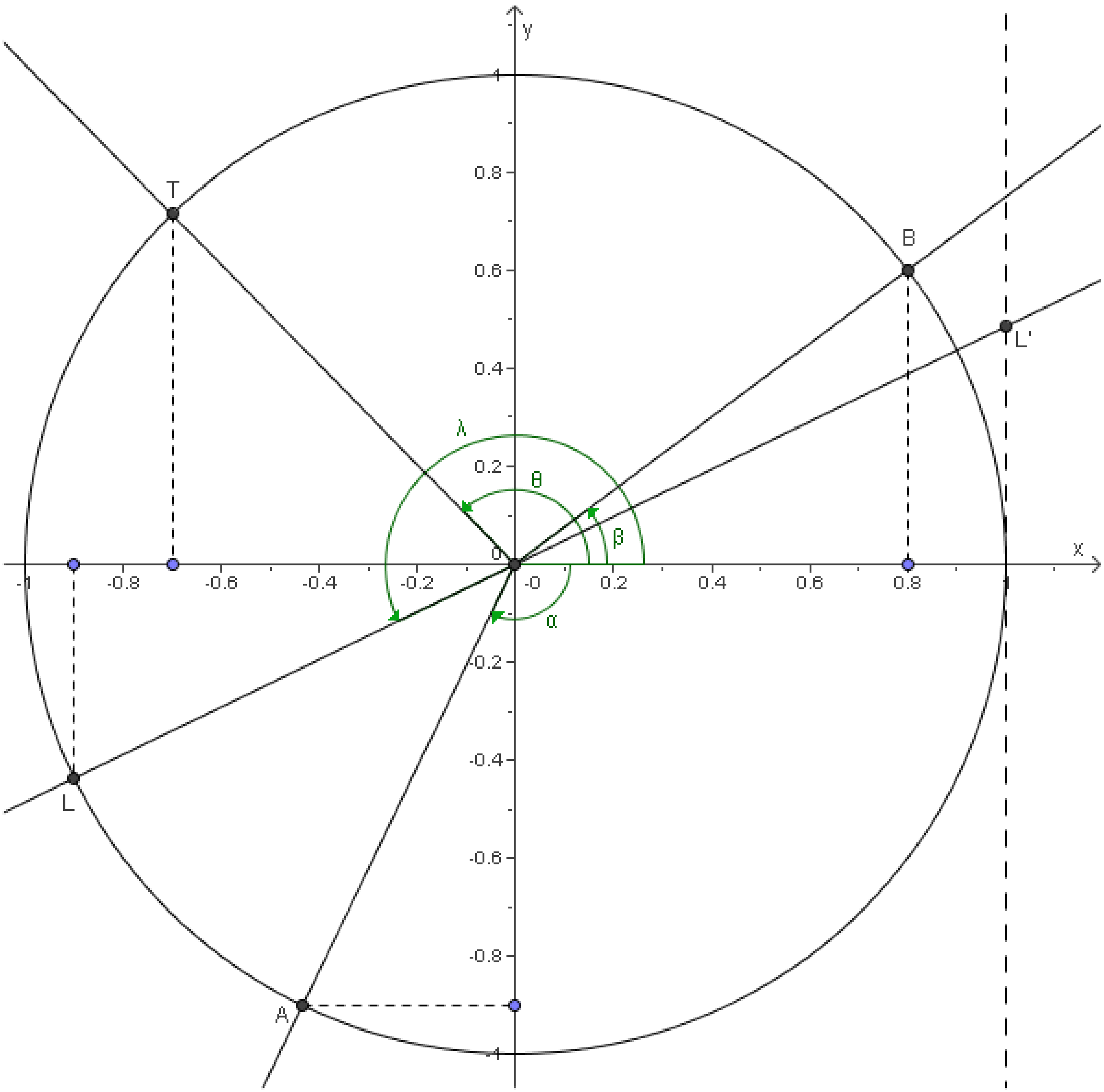
10. Een zwemmer springt van zijn startblok, en komt 8 meter verder weer boven water.



   Verder weet je dat de startblok een halve meter boven het waterniveau staat, en dat de zwemmer in het water duikt op een afstand van 1 meter van zijn startblok. De duikcurve (stippellijn op de figuur) is parabolisch van vorm.

   - Kies op de figuur zelf een assenstelsel en stel de vergelijking op van de duikcurve.
   - Hoe diep is de duiker onder water op zijn diepste punt?

11. Beantwoord volgende vragen aan de hand van de bijgetekende goniometrische cirkel. Gebruik enkel de zaken die expliciet (in stippellijn) zijn aangeduid.
    1. Bepaal de hoek α *(tot op de seconde nauwkeurig).*
    2. Bereken de y -coördinaat van het punt B *(exact).*
    3. Bereken $\tan\theta$ *(tot op 5 decimalen nauwkeurig).*
    4. Bereken de richtingscoëfficiënt van de rechte LL' *(tot op 5 decimalen nauwkeurig).*
    5. Teken op de figuur een hoek δ in het eerste kwadrant, zodat geldt dat $\cot\delta = \dfrac{2}{3}$.



12. Voor een hoek γ geldt $\cot\gamma = 2$. Bereken $\sin\gamma$, $\cos\gamma$, $\tan\gamma$, $\sec\gamma$ en $\csc\gamma$.

13. Bewijs de volgende gelijkheid:

$$\sin\alpha.\sin(180°-\alpha).\sin(180°+\alpha).\sin(-\alpha)-\cos\alpha.\cos(180°-\alpha).\cos(180°+\alpha).\cos(-\alpha)=1-2\cos^2\alpha$$

14. Als voor een hoek α van een driehoek geldt dat $\sin(7\alpha)=\sin(\alpha)$, welke verschillende waarden kan die hoek α dan aannemen?

15. Jozef Hoekmeters bevindt zich op de top van een berg die hoog uit zee rijst (zie figuur 1). Aan de overkant van het water ziet hij een appartementsgebouw vlakbij de kustlijn. Hij meet de hoek α waaronder hij de hoogte van het gebouw ziet en vindt: $\alpha = 8°12'$.

    Op een stafkaart (figuur 2), waarop het appartementsgebouw getekend staat leest hij ook enkele gegevens af: de afstand $|AB| = 478\,m$ en de hoogte van de berg is $241\,m$.

    Bereken de hoogte van het gebouw tot op de decimeter nauwkeurig.