

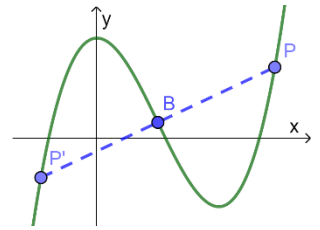
Herhalings oefeningen op verloop van algebraïsche functies

Veeltermen en rationale functies

1. Gegeven is de derdegraadsfunctie f met voorschrift $f(x) = x^3 - 6x^2 + 19$.

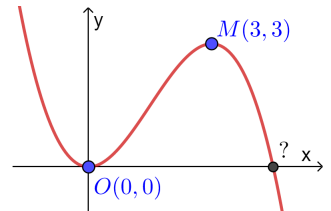
Bewijs dat het buigpunt van de grafiek van de functie f een symmetriemiddelpunt is van haar grafiek.

Uitdaging: je kan ook bewijzen dat dit bij elke derdegraadsfunctie zo is.



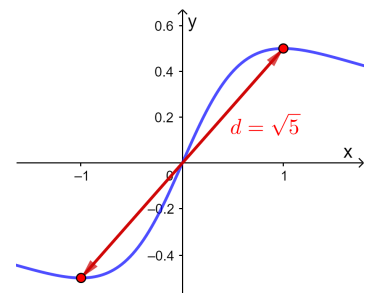
2. Een derdegraadsfunctie heeft de punten $O(0,0)$ en $M(3,3)$ als extrema.

- Stel het functievoorschrift op van deze functie.
- In welk punt snijdt de grafiek van deze functie nogmaals de x -as?



3. Gegeven is de familie functies f_a met voorschrift $f_a(x) = \frac{x}{x^2 + a^2}$ ($a \in \mathbb{R}_0^+$).

- Bewijs dat al deze functies twee extrema hebben.
- Op welke kromme liggen al deze extrema?
- Voor welke waarde(n) van de parameter a is de afstand tussen deze twee extremale punten gelijk aan $\sqrt{5}$?

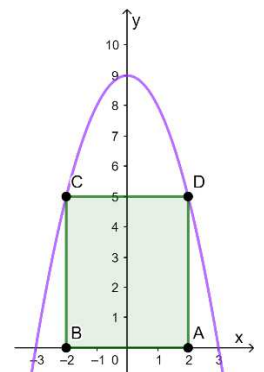


4. Beschouw de functie f met voorschrift $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

- Bepaal het domein van f en stel het tekenverloop op van f .
- Ga na dat deze functie enkel een verticale asymptoot heeft (geen horizontale of schuine).
- Bereken de eerste en tweede afgeleide van f en maak een samenvattende tabel met de tekenverlopen van f' en f'' en de conclusies die je hieruit kan trekken voor het verloop van de grafiek van f .

5. Binnen het positieve deel van de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = 9 - x^2$ wordt een rechthoek getekend waarvan één zijde op de x -as ligt.

Bepaal de maximale oppervlakte van deze rechthoek.



6. Aan een punt P in het eerste kwadrant dat op de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = 1 - x^2$ ligt wordt een raaklijn t getekend die de y -as snijdt in R en de x -as snijdt in S .

Bewijs dat de oppervlakte van deze driehoek minimaal is als P het midden is van het lijnstuk $[RS]$.

