



Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

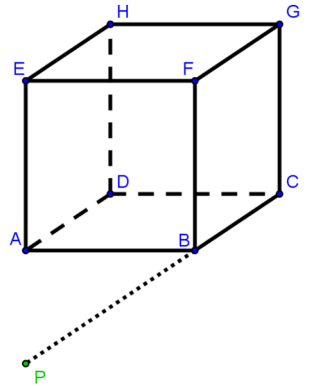
Leerkracht: Sven Mettepenningen

Ruimtemeetkunde – synthetisch & vectoriël

1. Gegeven is de kubus $\begin{pmatrix} E & F & G & H \\ A & B & C & D \end{pmatrix}$ en een punt $P \in BC$ zodat

$$|BP| = 2 \cdot |CB|.$$

- a) ★★ Bepaal het snijpunt van de rechte PH met het voorvlak $ABFE$ van de kubus.
- b) ★★ Bereken de hoek die de rechte PH maakt met het grondvlak.



2. Gegeven is een kubus $\begin{pmatrix} EFGH \\ ABCD \end{pmatrix}$.

- ★ De lengte van $[BG]$ is $9,80\text{ m}$. Leid hieruit af dat de ribbe van de kubus ongeveer $6,93\text{ m}$ is.

In deze kubus zijn de driehoek BDG en de lichaamsdiagonaal CE getekend.

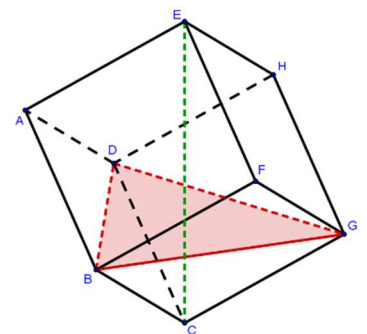
- ★★★ Bewijs dat $CE \perp BDG$.

Van de eerste kubus zijn de opstaande ribben AE, BF, CG en DH verticaal. We kantelen de kubus nu om hoekpunt C zodat de lichaamsdiagonaal CE verticaal komt te staan.

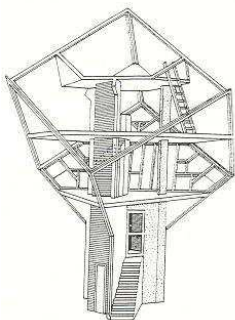
- ★★ Bereken, tot op de tweede nauwkeurig, de hoek waarover de kubus is gekanteld.

We bewezen reeds dat $CE \perp BDG$ zodat in dit geval dus de driehoek BDG horizontaal komt te liggen. We kunnen deze driehoek dan beschouwen als vloer van een zogenaamde kubuswoning.

- ★ Reken na dat de oppervlakte van deze vloer ongeveer 42 m^2 is.



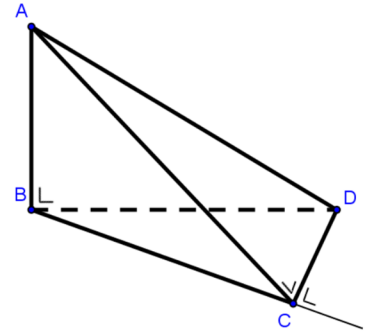
(deze woningen bestaan echt en kan je bewonderen in Rotterdam. De architect heet Piet Blom.)



3. ★★ De rechten AB en CD zijn kruisende rechten. Bewijs dat ook AC en BD kruisende rechten zijn.

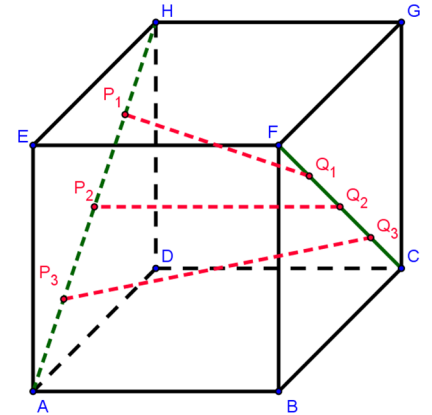
4. ★★★ Gegeven een viervlak $ABCD$, waarbij $AB \perp BD$, $BC \perp CD$ en $AC \perp CD$.

Bewijs dat dan ook $AB \perp BC$.



5. ★★ Twee overstaande kruisende zijvlaksdagonalen $[AH]$ en $[CF]$ in een kubus worden respectievelijk door de punten P_1, P_2, P_3 en Q_1, Q_2, Q_3 in vier gelijke delen verdeeld, waarna de punten op gelijke hoogte met elkaar worden verbonden (zie figuur).

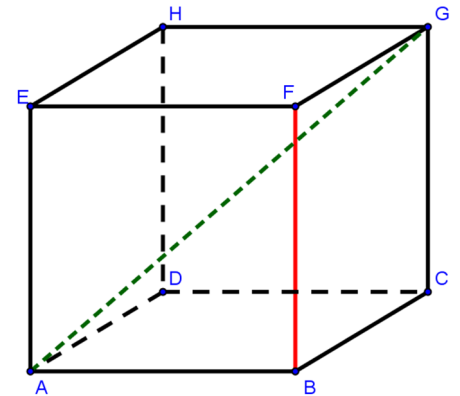
Bereken de hoek tussen de kruisende rechten P_1Q_1 en P_3Q_3 .



6. ★★★ Construeer de gemeenschappelijke loodlijn van de ribbe $[BF]$

en de ruimtediagonaal $[AG]$ in de kubus $\begin{pmatrix} EFGH \\ ABCD \end{pmatrix}$.

Bewijs dat wat je tekende wel degelijk de gemeenschappelijke loodlijn is.



7. ★★★ Bereken de inhoud van de figuur die ontstaat door een regelmatige zeshoek $ABCDEF$ met zijde z te laten wentelen om de rechte AD .

8. ★★ In een bol $\mathcal{B}$ met straal r wordt een kegel $\mathcal{K}$ ingeschreven met hoogte $\frac{3r}{2}$.

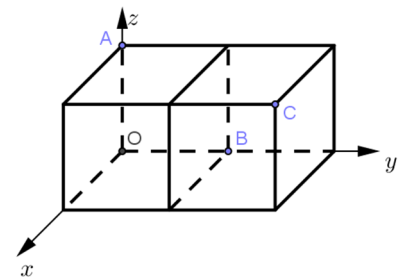
Bereken de verhoudingen van hun volumes $\frac{V_{\mathcal{K}}}{V_{\mathcal{B}}}$ en hun oppervlaktes $\frac{S_{\mathcal{K}}}{S_{\mathcal{B}}}$.

9. In het orthonormale assenstelsel $(Oxyz)$ staan twee kubussen naast elkaar zoals afgebeeld op de figuur. De kubussen hebben ribbe 1.

a) ★ Bepaal de coördinaten van de aangeduide punten A , B en C .

b) ★ Bereken de lengtes $|AB|$, $|BC|$ en $|CA|$.

c) ★★ Leid hieruit af dat de driehoek $\triangle ABC$ rechthoekig is.



10. ★★ Gegeven zijn de punten $A(7,1,-1)$, $B(1,-5,2)$ en $C(1,-1,3)$.

Bepaal de coördinaat van P als geldt dat $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$.

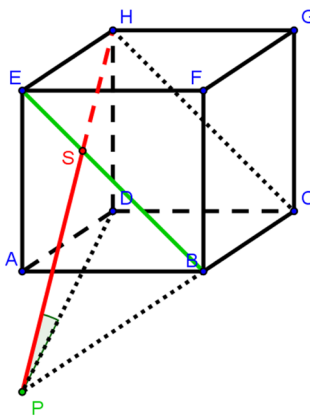
11. ★★ In het trapezium $OABC$ geldt dat $BC \parallel OA$ en dat $|BC| = \frac{1}{2}|OA|$.

Bereken de coördinaat van C als $O(0,0,0)$, $A(-4,2,-6)$ en $B(4,1,-3)$.

12. ★★ In een viervlak $ABCD$ is M het midden van $[AB]$ en N het midden van $[CD]$.

Bewijs dat $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD})$.

Veel succes!

1.	a) De rechte PH ligt in het diagonaalvlak $BEHC$ van de kubus dat het voorvlak snijdt in BE. De doorboring is dus punt S. b) De hoek die PH maakt met het grondvlak is de hoek $\widehat{DPH}$ want PD is de loodrechte projectie van PH op het grondvlak. $\widehat{DPH} \approx 17^\circ 32' 54''$	
2.	• Gebruik het verband tussen een ribbe en een zijvlaksdiaagonaal (of gebruik Pythagoras) • Ga op zoek naar twee snijdende rechten in het vlak die loodrecht staan op de rechte • De gezochte hoek is eenvoudig af te lezen op de figuur • De vloer is een gelijkzijdige driehoek waarvan je een zijde kent	
3.	Hint: kruisende rechten liggen sowieso niet in eenzelfde vlak.	
4.	Hint: ga op zoek naar gepaste loodvlakken	
5.	$53^\circ 07' 48''$. Hint: Verschuif de rechten tot ze snijdend zijn en gebruik vlakke meetkunde (goniometrie)	
6.	Hint: Verbind de middens	
7.	$I = \pi z^3$	
8.	$\frac{V_K}{V_B} = \frac{9}{32}$ en $\frac{S_K}{S_B} = \frac{9}{16}$	
9.	a) $A(0,0,1)$, $B(0,1,0)$ en $C(1,2,1)$. b) $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3}$ en $CA = \sqrt{5}$. c) Merk op dat de stelling van Pythagoras geldt.	
10.	$P(2, -2, 2)$	
11.	$C(6, 0, 0)$	
12.	Hint: gebruik puntvectoren en steun op de formule voor het midden van een lijnstuk.	