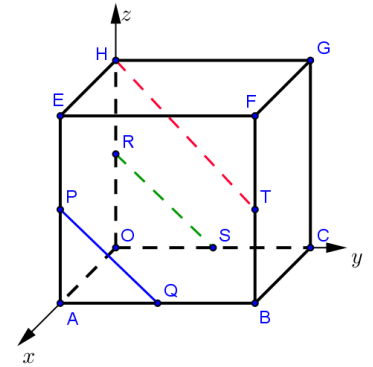




Ruimteteekunde – Rechten en vlakken

1. In een orthonormale ijk is $\begin{pmatrix} E & F & G & H \\ A & B & C & O \end{pmatrix}$ een kubus met ribbe 2. De punten

P, Q, R, S en T zijn de middens van $[AE], [AB], [DH], [CO]$ en $[BF]$.



a) ★ Op de figuur lijken de drie rechten PQ, RS en HT alle drie evenwijdig. Bereken van elke rechte een stel richtingsgetallen.

b) ★ Leid uit (a) af dat $PQ \parallel RS$, maar $PQ \not\parallel HT$.

c) ★★ Stel een vectoriële vergelijking op van de rechte $r = HT$ en van het vlak $\alpha = vl(PQ, RS)$.

d) ★★ Vorm deze vectoriële vergelijkingen om tot parametervergelijkingen.

e) ★★ Vorm deze parametervergelijkingen om naar een stelsel cartesische vergelijkingen voor r en een cartesische vergelijking voor α .

f) ★★ Bepaal de onderlinge ligging van r en α .

2. ★ Gegeven zijn de punten $K(1,2,3)$ en $L(2,4,-1)$.

a) Stel een parametervergelijking op van de rechte KL .

b) Zoek het punt van KL waarvan de som van de coördinaatgetallen 0 is.

3. Gegeven zijn $P(1,-1,1), A(1,-1,-1), B(1,1,1), C(1,1,-1)$ en $D(-1,1,1)$.

a) ★ Reken na dat AB en CD kruisende rechten zijn.

b) ★★★ Bepaal een parametervoorstelling van de rechte r_1 door P die de rechten AB en CD snijdt.

4. ★★★ Gegeven zijn het vlak $\alpha \leftrightarrow 4x - 5y + 4z - 3 = 0$, de rechte $r \leftrightarrow \begin{cases} 11x - 2y - 9 = 0 \\ 9x - 2z - 7 = 0 \end{cases}$ en punt $P(5,2,1)$.

Bepaal een stelsel cartesische vergelijkingen van de rechte m die door P gaat, evenwijdig is met α en de rechte r snijdt.

5. ★★ Gegeven zijn twee rechten $a \leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - z + 4 = 0 \\ x - y + 3z - 12 = 0 \end{cases}$ en $b \leftrightarrow \begin{cases} 7x + 2y - 7 = 0 \\ 3x + 2z - 7 = 0 \end{cases}$.

Toon aan dat er een uniek vlak is dat a en b bevat en stel de vergelijking ervan op.

1.	<p>a) $\overline{PQ}(0,1,-1)$, $\overline{RS}(0,1,-1)$ en $\overline{HT}(2,2,-1)$</p> <p>b) \overline{PQ} is een veelvoud van \overline{RS} maar niet van \overline{HT}</p> <p>c) Tip: kies telkens gepaste richtingsvectoren en plaatsvectoren.</p> <p>d) $r \leftrightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = 2k \\ z = -k + 2 \end{cases}$ en $\alpha \leftrightarrow \begin{cases} x = n \\ y = m + 1 \\ z = -m \end{cases}$ (meerdere antwoorden mogelijk...)</p> <p>e) $r \leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$ en $\alpha \leftrightarrow y + z = 1$</p> <p>f) Rechte r snijdt vlak α in het punt $(-2, -2, 3)$</p>
2.	<p>a) $KL \leftrightarrow \begin{cases} x = k + 1 \\ y = 2k + 2 \\ z = -4k + 3 \end{cases}$ (meerdere antwoorden mogelijk...)</p> <p>b) $P(7, 14, -21)$</p>
3.	<p>a) Toon aan dat de rechten niet evenwijdig zijn en geen snijpunt hebben.</p> <p>b) $r_1 \leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = m \\ z = -m \end{cases}$ (meerdere antwoorden mogelijk...)</p>
4.	<p>$m \leftrightarrow \frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{3}$ of $m \leftrightarrow \begin{cases} 4x - 5y + 4z - 14 = 0 \\ 3x - 12y + 14z - 5 = 0 \end{cases}$ of ... (meerdere antwoorden mogelijk...)</p>
5.	<p>De rechten zijn (strikt) evenwijdig, ze bepalen het vlak $\alpha \leftrightarrow 14x + y + 7z - 28 = 0$.</p>