



Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

Leerkracht: Sven Mettepenningen

Analytische meetkunde: inleiding & parabolen

1. ★★★ Bewijs de volgende stellingen:

- De drie zwaartelijnen in een driehoek zijn concurrent. Hun snijpunt heet het zwaartepunt Z van de driehoek.
- De drie hoogtelijnen in een driehoek zijn concurrent. Hun snijpunt heet het hoogtepunt H van de driehoek.
- De drie middelloodlijnen in een driehoek zijn concurrent. Het snijpunt is het middelpunt M van de omschreven cirkel van de driehoek.
- De drie punten Z , H en M zijn collineair. De rechte waar ze op liggen wordt de rechte van Euler genoemd.
- Voor de afstanden geldt: $|ZH| = 2 \cdot |MZ|$.

(tip: gebruik telkens dezelfde driehoek dan kan je je resultaten van a,b en c bij d en e gebruiken)

- ★★★ Op een parabool \mathcal{P} met top O , as s en brandpunt F beschouw je een punt $D \neq O$. De rechte DO snijdt de richtlijn van \mathcal{P} in A . De rechte DF snijdt \mathcal{P} een tweede keer in B . Bewijs dat $AB \parallel s$.
- ★★★ Door het brandpunt F van een parabool \mathcal{P} brengen we een rechte r aan loodrecht op de as van \mathcal{P} die \mathcal{P} snijdt in A en B . Op r nemen we een willekeurig punt C . De loodrechte projecties van C op de raaklijnen aan \mathcal{P} in A en B noemen we A' en B' . Bewijs dat $A'B'$ een raaklijn is aan de parabool. Waar ligt het raakpunt?
- ★★ Bepaal de (coördinaten van de) punten A en B op $\mathcal{P} \leftrightarrow y^2 = 2px$ zodat deze punten samen met de top O een gelijkzijdige driehoek vormen.
- ★★★ Als $P(x_1, y_1) \in \mathcal{P} \leftrightarrow y^2 = 2px$ dan hebben we bewezen dat $t \leftrightarrow y \cdot y_1 = p(x + x_1)$ de vergelijking is van de raaklijn in P aan \mathcal{P} .
Bewijs dat, als P buiten de parabool \mathcal{P} ligt, de rechte t de rechte is die de punten verbindt waar de raaklijnen vanuit P de parabool \mathcal{P} raken. We noemen t in dat geval de poollijn van P .
- ★★★ Vier verschillende punten van de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y^2 = 2px$ zijn concyclisch (liggen op één cirkel). Bewijs dat de som van de y -coördinaten van die 4 punten nul zijn.
- De drie zijden van een driehoek raken aan een parabool \mathcal{P} .
 - ★★★* Bewijs dat het hoogtepunt van de driehoek op de richtlijn van de parabool ligt.
 - ★★★★* Bewijs dat het brandpunt van \mathcal{P} op de omschreven cirkel van de driehoek ligt.

Veel succes!