

Oplossingen

1. Je wilt schatten in hoeveel procent van de gevallen je voor een rood licht van een bepaald kruispunt staat. Je houdt een maand bij hoe vaak je moet stoppen voor dat rood licht en je bekomt dat je van de 80 keer dat je er passeerde, 43 keer bent moeten stoppen.

- a) Stel een 95%-betrouwbaarheidsinterval op voor de echte proportie van de tijd dat het licht rood is.

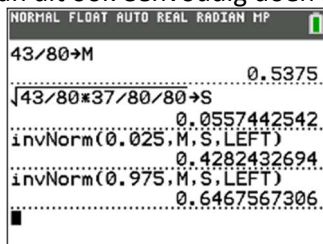
De steekproefproportie is ongeveer normaal verdeeld met parameters $\mu = \frac{43}{80}$ en $\sigma = \sqrt{\frac{43/80 \cdot 37/80}{80}}$.

Het 95% betrouwbaarheidsinterval is $[0,42824; 0,64676]$

- b) Stel een 80%-betrouwbaarheidsinterval op voor de echte proportie van de tijd dat het licht rood is.

Het 80% betrouwbaarheidsinterval is $[0,46606; 0,60894]$

Je kan dit ook eenvoudig doen met de methode **1-PropZInt** van je GRM (STAT – TESTS – A).

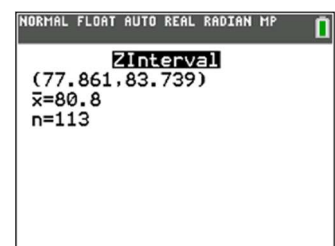
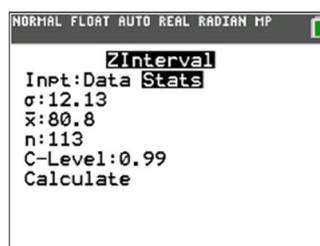
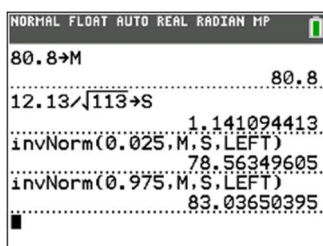


2. Een steekproef van 113 studenten levert een gemiddelde hartslag van $\bar{x} = 80,8$ slagen/minuut. Men weet dat de standaardafwijking van de hartslag in de studentenpopulatie gelijk is aan $\sigma = 12,13$. Bereken het 95% en het 99% betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde hartslag μ in de populatie van de studenten.

Het steekproefgemiddelde $\bar{X}$ is ongeveer normaal verdeeld met parameters $\mu_{\bar{X}} = 80,8$ en $\sigma_{\bar{X}} = \frac{12,13}{\sqrt{113}}$.

Het 95%-BI is $[78,5635; 83,0365]$ en het 99%-BI is $[77,861; 83,739]$.

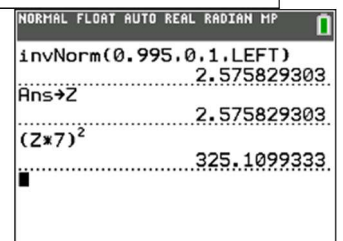
Je kan dit ook eenvoudig doen met de methode **ZInterval** van je GRM (STAT – TESTS – 7).



3. De leeftijd waarop mensen hulpbehoevend worden is normaal verdeeld. Als je weet dat de standaardafwijking 7 jaar is, hoe groot moet dan de steekproef minstens zijn om een 99%-betrouwbaarheidsinterval te bekomen voor μ met breedte 2 jaar?

Het steekproefgemiddelde $\bar{X}$ is ongeveer normaal verdeeld met parameters $\mu_{\bar{X}}$

(onbekend) en $\sigma_{\bar{X}} = \frac{7}{\sqrt{n}}$.



De breedte van het betrouwbaarheidsinterval $\left[\bar{x} - z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$ is $b = 2 \cdot z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 2,58 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}}$

Dus $b = 2 \Leftrightarrow 2 \cdot 2,58 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}} = 2 \Leftrightarrow n = (2,58 \cdot 7)^2 \approx 325,11$. De breedte zal kleiner dan 2 worden vanaf een steekproefgrootte van 326.

4. Het gemiddeld aantal baby's dat in Parijs wordt geboren in de maand juli is gelijk aan 2132, met een standaardafwijking van 150. Tijdens de rellen van oktober 2005 moest iedereen thuisblijven met de lichten uit. In juli 2006 werd een recordaantal van er 2481 baby's geboren. Was dat toeval of lag dat aan het thuisblijven met de lichten uit? Om dit te onderzoeken beschrijven we het aantal geboorten in juli in Parijs via een normale verdeling met $\mu = 2132$ en $\sigma = 150$.

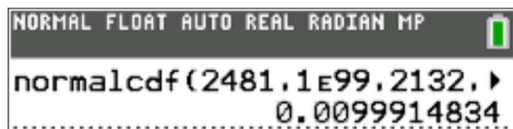
a) Wat kies je hier als nulhypothese en wat als alternatieve hypothese?

$$H_0 : \mu = 2132 \text{ en } H_a : \mu > 2132$$

b) Test het recordaantal aan het 5% significantieniveau. Kan er sprake zijn van toeval of niet?

Het gaat hier slechts om een steekproef van grootte 1, dus kunnen we de p -waarde eenvoudig berekenen:

$p = P(N(2132, 150) \geq 2481) \approx 0,01$. We kunnen hier dus niet van toeval spreken en verwerpen de nulhypothese.



(Merk op dat we hier eigenlijk ook de continuïteitscorrectie kunnen toepassen en dan krijgen we als kans

$$p = P(N(2132, 150) \geq 2480,5) \approx 0,01, \text{ maar dat geeft dus zoals je merkt bijna geen verschil.}$$

5. Een milieu-activist verzamelt 45 stalen van 1 liter water langs de Dender. Van elk staal meet hij hoeveel opgeloste zuurstof er in zit. Hij vindt een gemiddelde waarde van 4,62 mg. Je mag ervan uitgaan dat deze waarde voor heel de Dender normaal verdeeld is met een standaardafwijking van 0,92 mg per liter.

Een waterzuiveringsbedrijf claimt dat het opgeloste zuurstofgehalte 5 mg per liter is voor de Dender.

Toets deze hypothese op het 0,1% significantieniveau om na te gaan of het zuurstofgehalte minder is.

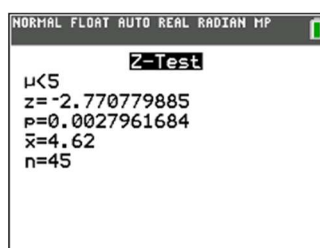
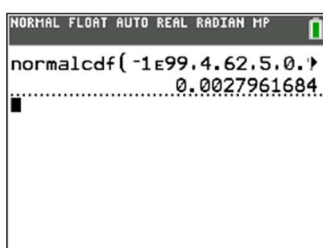
We nemen $H_0 : \mu = 5$ en $H_a : \mu < 5$

Het steekproefgemiddelde $\bar{X}$ is ongeveer normaal verdeeld met parameters $\mu_{\bar{X}} = 5$ en $\sigma_{\bar{X}} = \frac{0,92}{\sqrt{45}}$.

De p -waarde van de toets is dus $p = P\left(N\left(5, \frac{0,92}{\sqrt{45}}\right) < 4,62\right) \approx 0,0027962$.

Vermits we testen op 0,1% significantie mogen we de nulhypothese niet verwerpen.

Je kan deze toets ook uitvoeren met behulp van de methode **Z-Test** van je GRM (STAT – TESTS – 7).



6. Een woordvoerder van de Nationale Wapen Associatie beweert dat 45 procent van de huishoudens in de Verenigde Staten tenminste één wapen in hun bezit hebben. Je neemt zelf een willekeurige steekproef van 200 huishoudens en vindt dat 23 procent van deze een wapen bezit.

Toets de hypothese van de NWA op het 1% significantieniveau om na te gaan of er effectief minder huishoudens zijn die wapens bezitten of niet.

De exacte p -waarde van deze toets is $p = P(B(200; 0,45) \leq 46) \approx 8,36 \cdot 10^{-11}$. We verwerpen dus de nulhypothese ($H_0 : p = 0,45$) en aanvaarden het alternatief ($H_a : p < 0,45$).

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
binomcdf(200,0.45,46)
8.35552608E-11
```

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
1-PropZTest
PROP<0.45
Z=-6.25388768
P=2.0103E-10
p̂=0.23
n=200
```

Uw rekenmachine kan deze toets ook uitvoeren (met behulp van de methode **1-PropZTest** van je GRM (STAT – TESTS – 5)) maar gebruikt daarvoor de normale benadering. Deze is niet erg nauwkeurig voor kleine steekproefgroottes. Je bent dus beter dat je exacte (binomiale) methode gebruikt.

7. In West-Europa is 65% van de mensen in staat om met hun tong te rollen. Een antropologe vraagt zich af of dit percentage ook in Afrika geldt. Ze onderzoekt 34 Afrikanen en daarvan blijken er 16 te kunnen tongrollen.

Toets de hypothese op het 5% significantieniveau om na te gaan of dit percentage in Afrika anders is.

De exacte p -waarde van deze toets is $p = 2 \cdot P(B(34; 0,65) \leq 16) \approx 0,04812$. We verwerpen dus (nipt) de nulhypothese ($H_0 : p = 0,65$) en aanvaarden het alternatief ($H_a : p \neq 0,65$).

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL Radian MP
2*binomcdf(34,0.65,16)
0.0481226643
```