Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

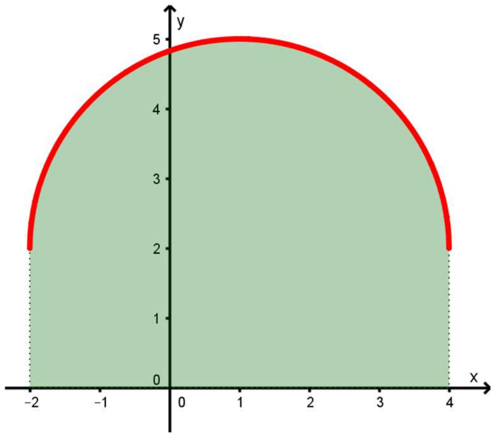
Leerkracht: Sven Mettepenningen

Bepaalde integralen

1. Op de figuur hiernaast zie je (in rood) de grafiek van de functie

$$f(x)=2+\sqrt{9-(x-1)^2}$$

Je kan aantonen dat deze grafiek een halve cirkel is.



a) ★★ Bereken $\int_{-2}^{4}\left(2+\sqrt{9-(x-1)^2}\right)dx$

b) ★★ Bereken $\int_{1}^{4}\left(2+\sqrt{9-(x-1)^2}\right)dx$

2. Gegeven is de functie $f(x)=\dfrac{x^3\cdot\cos(x)}{\sqrt{x^2+1}}$

a) ★★ Bewijs dat de functie f oneven is.

b) ★ Bereken $\int_{-2}^{2}\dfrac{x^3\cdot\cos(x)}{\sqrt{x^2+1}}dx$

3. Gegeven is de functie $f(x)=x^3+x^2$.

a) ★ Bereken de ondersom van deze functie voor het interval $[0,1]$ verdeeld in 4 gelijke deelintervallen.

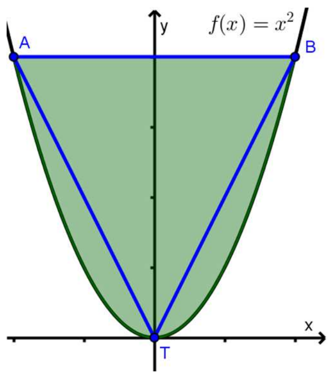
b) ★ Bereken de bovensom van deze functie voor het interval $[0,1]$ verdeeld in 4 gelijke deelintervallen.

c) ★★ Hoeveel % zit je naast de werkelijke oppervlakte als je het gemiddelde van de vorige antwoorden neemt?

4. ★★ Bepaal de oppervlakte begrepen tussen de grafiek van de functie $f(x)=x^3-x$ en de raaklijn aan deze functie in haar kleinste nulpunt.

5. ★★ Bewijs dat de oppervlakte van een paraboolsegment (oppervlakte begrensd door de parabool en een rechte loodrecht op de as van een parabool) gelijk is aan $4/3$ van de oppervlakte van de driehoek bepaald door het lijnstuk van het paraboolsegment en de top van de parabool.

Dus: bewijs op de figuur dat voor de groene oppervlakte geldt $S=\dfrac{4}{3}\cdot S_{\Delta ABT}$.



6. ★★ Bereken de gemiddelde waarde van de functie $f(x)=\sec^2 x$ op het interval $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$.

7. ★★ Bereken de oneigenlijke integralen $\int_{0}^{4}\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$ en $\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{dx}{1+x^2}$.

Antwoorden (moeilijkheidsgraad ★: eenvoudig, ★★: gemiddeld, ★★★: lastig, ★★★★: erg moeilijk)

1.	a) $12+\frac{9}{2}\pi$ b) $6+\frac{9}{4}\pi$
2.	a) $f(-x)=-f(x)$ b) 0
3.	a) $23/64$ b) $55/64$ c) $4,46\%$
4.	$27/4$
5.	Neem voor $A(-a,a^2)$ en $B(a,a^2)$
6.	$\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$
7.	$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}=4$ en $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}=\pi$