

1. Bereken de volgende limieten:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x - 1}}{\sqrt{4x^2 + 3x - 2x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} \right)}{\cancel{x} \left( -\sqrt{4 + \frac{3}{x} - 2} \right)} = \frac{2}{-2 - 2} = -\frac{1}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+10} + 2x + 2}{x^4 + 7x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+10} + (2x+2)}{x^4 + 7x - 2} \cdot \frac{\sqrt{3x+10} - (2x+2)}{\sqrt{3x+10} - (2x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-4x^2 - 5x + 6}{x^4 + 7x - 2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(-4x+3)}{\cancel{(x+2)}(x^3 - 2x^2 + 4x - 1)} \cdot \frac{1}{4} = \frac{-11}{100}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 + x - 1} - 3x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + x - 1} - 3x)(\sqrt{9x^2 + x - 1} + 3x)}{\sqrt{9x^2 + x - 1} + 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{x \left( \sqrt{9 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} + 3 \right)} = \frac{1}{6}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1 - \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x+3} - 3x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+1) - \sqrt{4x+5}}{\sqrt{x+3} - (3x-1)} \cdot \frac{(2x+1) + \sqrt{4x+5}}{(2x+1) + \sqrt{4x+5}} \cdot \frac{\sqrt{x+3} + (3x-1)}{\sqrt{x+3} + (3x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{-9x^2 + 7x + 2} \cdot \frac{4}{6} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(4x+4)}{\cancel{(x-1)}(-9x-2)} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{16}{33}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4-x} - \sqrt{1-x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{4-x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{4-x} + \sqrt{1-x})}{\sqrt{4-x} + \sqrt{1-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{\sqrt{4-x} + \sqrt{1-x}} = \frac{3}{+\infty + \infty} = 0$$

2. Bepaal de asymptoten van volgende functies:

$$a) f(x) = \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x} \quad x \in \text{dom } f \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ x^3 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \wedge x \neq 1 \wedge x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Het domein van de functie is  $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ . Er zijn dus twee potentiële verticale asymptoten:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x} = -\infty \Rightarrow \boxed{\text{V.A.: } x=0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x} \cdot \frac{\sqrt{x^6+1} + \sqrt{2x}}{\sqrt{x^6+1} + \sqrt{2x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 2x + 1}{x^3 - x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 1)}{\cancel{(x-1)}(x^2 + x)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{geen extra V.A.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^6+1} - \sqrt{2x}}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^6} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{x^6}} - \sqrt{\frac{2}{x^5}} \right)}{\cancel{x^6} \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right)} = 1 \Rightarrow \boxed{\text{H.A.: } y=1}, \text{ als } x \rightarrow +\infty$$

(voor  $x \rightarrow -\infty$  is geen asymptoot mogelijk omdat het domein dit niet toelaat)

b)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 3} + x - 2$  geen V.A.

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 3} + x - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x} \left( \sqrt{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right)}{\cancel{x}} = 2$$

$$\begin{aligned} q &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 6x + 3} - x - 2 \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 3} - (x + 2)}{\sqrt{x^2 + 6x + 3} + (x + 2)} \cdot \left( \sqrt{x^2 + 6x + 3} + (x + 2) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 6x + 3} + (x + 2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x} \left( 2 - \frac{1}{x} \right)}{\cancel{x} \left( \sqrt{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1 + \frac{2}{x} \right)} = 1 \Rightarrow \boxed{\text{S.A.: } y = 2x + 1}, \text{ als } x \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left( \sqrt{x^2 + 6x + 3} + (x - 2) \right)}{\sqrt{x^2 + 6x + 3} - (x - 2)} \cdot \left( \sqrt{x^2 + 6x + 3} - (x - 2) \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x + 7}{\sqrt{x^2 + 6x + 3} - (x - 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} \left( 10 + \frac{7}{x} \right)}{\cancel{x} \left( -\sqrt{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} - \left( 1 - \frac{2}{x} \right) \right)} = -5 \Rightarrow \boxed{\text{H.A.: } y = -5}, \text{ als } x \rightarrow -\infty \end{aligned}$$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} - 2x$  geen V.A.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left( \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} - 2x \right) \cdot \left( \left( \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} \right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} + 4x^2 \right)}{\left( \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} \right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} + 4x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-12x^2 + 1}{\left( \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} \right)^2 + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 1} + 4x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left( -12 + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left( \left( \sqrt[3]{8 - \frac{12}{x} + \frac{1}{x^3}} \right)^2 + 2 \cdot \sqrt[3]{8 - \frac{12}{x} + \frac{1}{x^3}} + 4 \right)} = \frac{-12}{12} = -1 \Rightarrow \boxed{\text{H.A.: } y = -1}, \text{ als } x \rightarrow \pm\infty \end{aligned}$$

3. Leerlingen denken soms ten onrechte dat de grafiek van een functie een asymptoot nooit kan snijden.

Toon aan dat dit onjuist is door de snijpunten te berekenen van de grafiek van  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}}{x}$  met haar horizontale asymptoot.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\cancel{x} \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}}}{\cancel{x}} = 1 \Rightarrow \boxed{\text{H.A.: } y = 1}$$

$$\text{Snijpunten: } \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}}{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} = x \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 1 = x^3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$$

De grafiek snijdt de H.A. dus in de punten  $A(-1, 1)$  en  $B(1, 1)$ .

4. Als  $a \in \mathbb{R}_0^+$  en  $b, c \in \mathbb{R}$ , dan heeft de functie  $f(x) = \sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax$  altijd een horizontale en een schuine asymptoot. Bepaal hun vergelijking.

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} \left( -\sqrt{a^2 + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}} - a \right)}{\cancel{x}} = -2a \quad (\text{want } \sqrt{a^2} = a)$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{a^2x^2 + bx + c} + ax) \cdot (\sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax)}{\sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx + c}{\sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x} \left( b + \frac{c}{x} \right)}{\cancel{x} \left( -\sqrt{a^2 + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}} - a \right)} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow \boxed{\text{S.A.: } y = -2ax - \frac{b}{2a}}, \text{ als } x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{a^2x^2 + bx + c} - ax)(\sqrt{a^2x^2 + bx + c} + ax)}{\sqrt{a^2x^2 + bx + c} + ax} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx + c}{\sqrt{a^2x^2 + bx + c} + ax}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x} \left( b + \frac{c}{x} \right)}{\cancel{x} \left( \sqrt{a^2 + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}} + a \right)} = \frac{b}{2a} \Rightarrow \boxed{\text{H.A.: } y = \frac{b}{2a}}, \text{ als } x \rightarrow +\infty$$

5. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1}$ .

- a) Bepaal het domein van deze functie.

$$x \in \text{dom } f \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1 \Rightarrow \text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

- b) Bepaal de nulpunten van deze functie.

$$\frac{2x^2 + 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow x(2x + 2\sqrt{x^2 + x + 1}) = 0 \wedge x - 1 \neq 0.$$

Eén nulpunt is alvast duidelijk:  $(0, 0)$ . Voor het andere nulpunt lossen we de vergelijking op:

$$2x + 2\sqrt{x^2 + x + 1} = 0 \Leftrightarrow 2x = -2\sqrt{x^2 + x + 1} \quad (KV: x \leq 0)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 4(x^2 + x + 1) \Leftrightarrow x = -1$$

Het tweede nulpunt heeft dus als coördinaat  $(-1, 0)$ .

- c) De grafiek van deze functie heeft drie verschillende asymptoten. Bepaal hun vergelijking.

VA:  $v \Leftrightarrow x = 1$  is een verticale asymptoot (pool van de functie).

HA:  $h \Leftrightarrow y = -1$  is een horizontale asymptoot, want:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{x-1} \cdot \frac{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{2x^2 - 2x\sqrt{x^2 + x + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 4x^2(x^2 + x + 1)}{(x-1)(2x^2 - 2x\sqrt{x^2 + x + 1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x^2} \left( -4 - \frac{4}{x} \right)}{\cancel{x} \cdot \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \cdot \cancel{x^2} \cdot \left( 2 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)} = \frac{-4}{4} = -1$$

SA:  $s \leftrightarrow y = 4x + 5$  is een schuine asymptoot, want:

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( 2 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right)} = 4, \text{ en}$$

$$q = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 2x\sqrt{x^2 + x + 1}}{x-1} - 4x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x\sqrt{x^2 + x + 1} - (2x^2 - 4x)}{x-1} \cdot \frac{2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (2x^2 - 4x)}{2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (2x^2 - 4x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2(x^2 + x + 1) - (2x^2 - 4x)^2}{(x-1)(2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (2x^2 - 4x))} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 12x^2}{(x-1)(2x\sqrt{x^2 + x + 1} + (2x^2 - 4x))}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^2} \left( 20 - \frac{12}{x} \right)}{\cancel{x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \cdot \cancel{x^2} \cdot \left( 2\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \left( 2 - \frac{4}{x} \right) \right)} = \frac{20}{4} = 5$$

6. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ .

a) Deze functie heeft twee verschillende horizontale asymptoten. Bepaal hun vergelijking.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x(2+1/x)}{\pm x\sqrt{1+1/x^2}} = \pm 2$$

Dus voor  $x \rightarrow +\infty$  is de asymptoot de rechte met vergelijking  $y = 2$ , en voor  $x \rightarrow -\infty$  is de asymptoot de rechte met vergelijking  $y = -2$ .

b) Bepaal het verloop van deze functie (stijgen en dalen) met behulp van de eerste afgeleide.

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{x^2+1} - (2x+1) \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{2(x^2+1) - (2x+1)x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{2-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

Deze functie heeft duidelijk slechts één nulpunt ( $x = 2$ ) en geen polen. Het tekenverloop gaat dus:

|         |            |                       |            |
|---------|------------|-----------------------|------------|
| $x$     | $-\infty$  | 2                     | $+\infty$  |
| $f'(x)$ | +          | 0                     | -          |
| $f(x)$  | $\nearrow$ | MAX<br>( $\sqrt{5}$ ) | $\searrow$ |

- c) Bewijs dat deze functie twee verschillende buigpunten heeft. Je hoeft ze niet te berekenen.

$$f''(x) = \frac{-\sqrt{(x^2+1)^3} - (2-x) \cdot 3\sqrt{x^2+1} \cdot 2x}{(x^2+1)^3} = \frac{-(x^2+1) - (2-x) \cdot 3x}{\sqrt{(x^2+1)^5}} = \frac{2x^2 - 6x - 1}{\sqrt{(x^2+1)^5}}$$

Deze functie heeft duidelijk twee verschillende nulpunten, want de discriminant van de teller is 44. Er zijn

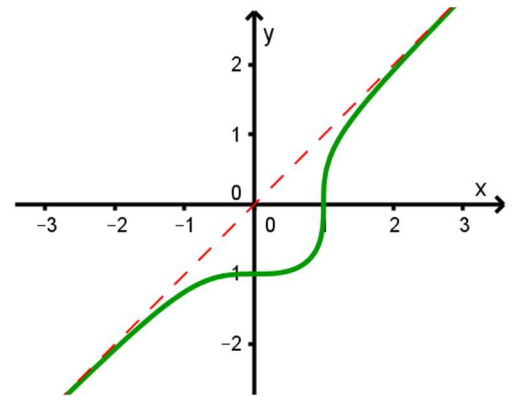
dus inderdaad twee verschillende buigpunten (bij  $x = \frac{6 \pm \sqrt{44}}{4}$ ).

7. Gegeven zijn de functies  $f_a : x \mapsto \frac{\sqrt{4x-a}}{x^2+1}$ , met parameter  $a \in \mathbb{R}$ .

- a) Bepaal het domein van deze functies.

$$x \in \text{dom } f \Leftrightarrow 4x - a \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{a}{4} \Rightarrow \text{dom } f = \left[ \frac{a}{4}, +\infty \right).$$

- b) Bepaal voor welke waarde van de parameter  $a$  de grafiek een extremum bereikt voor  $x = 1$ .



$$f'_a(x) = \frac{\frac{2}{\sqrt{4x-a}}(x^2+1) - 2x\sqrt{4x-a}}{(x^2+1)^2} = \frac{2(x^2+1) - 2x(4x-a)}{(x^2+1)^2 \sqrt{4x-a}} = \frac{-6x^2 + 2ax + 2}{(x^2+1)^2 \sqrt{4x-a}}$$

$$f'_a(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{-6 + 2a + 2}{(1+1)^2 \sqrt{4-a}} = 0 \Leftrightarrow a = 2$$

Dan is  $f'(x) = \frac{-6x^2 + 4x + 2}{(x^2+1)^2 \sqrt{4x-2}}$ , zodat  $f'$  voor  $x = 1$  wel degelijk een tekenwissel heeft.

- Wat is de ordinaat van dit extremum?

$$f_2(1) = \frac{\sqrt{4 \cdot 1 - 2}}{1^2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

8. Gegeven is grafiek van de functie  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}$ , en haar schuine asymptoot  $s \leftrightarrow y = x$ .

a) Bewijs dat  $f''(x) = \frac{-2x}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^5}}$ .

$$f'(x) = \frac{\cancel{3}x^2}{\cancel{3}\sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}}$$

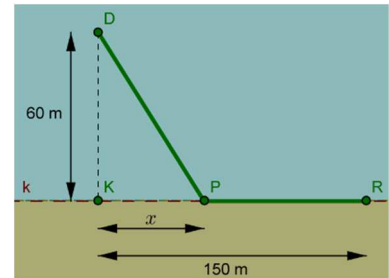
$$f''(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} = \frac{2x \cdot \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2} - x^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\cancel{3}x^2}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^4}} = \frac{2x \cdot (x^3 - 1) - 2 \cdot x^4}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^5}} = \frac{-2x}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^5}}$$

b) Bespreek in een tabel het volledige verloop (stijgen/dalen, hol/bol) van de functie  $f$ .

| $x$      | $-\infty$ | $0$        |            | $1$        | $+\infty$ |
|----------|-----------|------------|------------|------------|-----------|
| $f'(x)$  | +         | 0          | +          |            |           |
| $f''(x)$ | -         | 0          | +          |            |           |
| $f(x)$   |           | $\nearrow$ | BP<br>(-1) | $\nearrow$ | BP<br>(0) |

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}} = +\infty \Rightarrow \text{de grafiek van } f \text{ heeft } x=1 \text{ als verticale raaklijn in } (1,0)$$

9. Een drenkeling (D) bevindt zich op 60 meter van de kust (k). Op 150 meter van het punt K (het punt op de kustlijn dichtst bij D) langs de kustlijn staat een redder (R). De redder kan tegen 2,6 m/s lopen over het strand en tegen 1 m/s naar de drenkeling toe zwemmen. Bepaal algebraïsch het ideale punt waarop de redder moet beginnen zwemmen (dus zodat de tijd die hij nodig heeft om de drenkeling te bereiken minimaal is).



Stel je  $|KP| = x$  dan leid je eenvoudig af dat  $|PR| = 150 - x$  en  $|DP| = \sqrt{x^2 + 3600}$  (Pythagoras).

De tijd waarin de redder de drenkeling bereikt is dus:  $t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3600}}{1} + \frac{150 - x}{2,6}$  ( $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$ ).

Afleiden geeft:  $t'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3600}} - \frac{1}{2,6}$ .

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3600}} = \frac{1}{2,6} \Leftrightarrow 2,6x = \sqrt{x^2 + 3600} \quad [x > 0] \Leftrightarrow 6,76x^2 = x^2 + 3600 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3600}{5,76},$$

dus  $x = \frac{60}{2,4} = 25$ .

|         |            |                    |            |
|---------|------------|--------------------|------------|
| $x$     | $-\infty$  | 25                 | $+\infty$  |
| $t'(x)$ | -          | 0                  |            |
| $t(x)$  | $\searrow$ | MIN<br>(113,08...) | $\nearrow$ |

Antwoord: De redder zal het snelst bij de drenkeling zijn als hij 125m loopt. (Hij zwemt dan 65m en doet er in totaal iets meer dan 113 seconden over.)